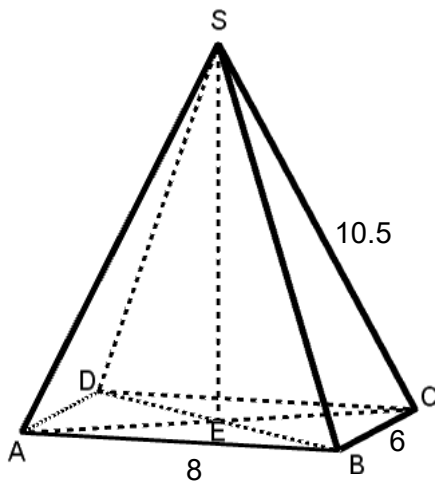


דוגמה בסיסית צומחת

בסדרת תרגילים צומחת זו נתונים כל מקצועות הפירמידה, ובאמצעותם מחשבים את הגדלים המבוקשים.



$ABCD S$ פירמידה ישרה. הבסיס $ABCD$ הוא מלבן.

אורך הצלע AB 8 ס"מ.

אורך הצלע AD 6 ס"מ.

אורך המקצוע הצדדי SA 10.5 ס"מ.

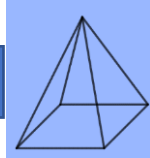
נסמן ב- E את נקודת המפגש של אלכסוני הבסיס, ב- M את אמצע הקטע AB , וב- T את אמצע הקטע AD .

חשבו:

- א. את אורך אלכסון הבסיס
 - ב. את אורך הקטע EC
 - ג. את גובה הפירמידה
 - ד. את הגבהים של הפאות הצדדיות
 - ה. את שטח מעטפת הפירמידה
 - ו. את שטח הפנים של הפירמידה
 - ז. את נפח הפירמידה
 - ח. את הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה.
 - ט. את זווית הראש של הפאה SBC .
- בפתרון דייקו עד שני מקומות אחרי הנקודה העשרונית.

פירמידה ישרה עם בסיס מלבני

ממקצועות הפירמידה לחישוב גדלים אחרים



דוגמה בסיסית צומחת – פתרונות מלאים

א. חשבו את אורך אלכסון הבסיס

בסיס הפירמידה הוא מלבן. נחשב את אורך אלכסון הבסיס באמצעות משפט פיתגורס במשולש ABD .

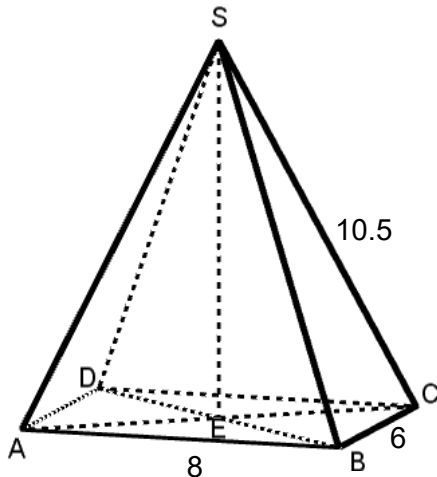
$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$BD^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BD^2 = 100$$

$$BD = 10$$

אורך אלכסון הבסיס 10 ס"מ.



ב. חישוב אורך הקטע EC

נזכור שבמלבן האלכסונים שווים זה לזה וחוצים זה את זה. הקטע EC הוא חצי אלכסון ולכן אורכו 5 ס"מ.

ג. חישוב גובה הפירמידה

גובה הפירמידה מאונך לבסיס. לכן הוא מאונך לכל ישר על מישור הבסיס. נזכור שהגובה פוגש את הבסיס במפגש האלכסונים.

נחשב את הגובה בעזרת משפט פיתגורס במשולש SEC :

$$SE^2 = SC^2 - EC^2$$

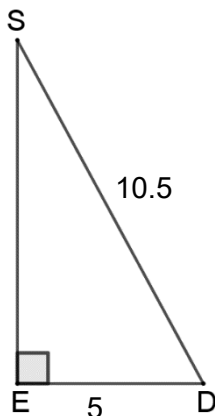
$$SE^2 = 10.5^2 - 5^2$$

$$SE^2 = 110.25 - 25$$

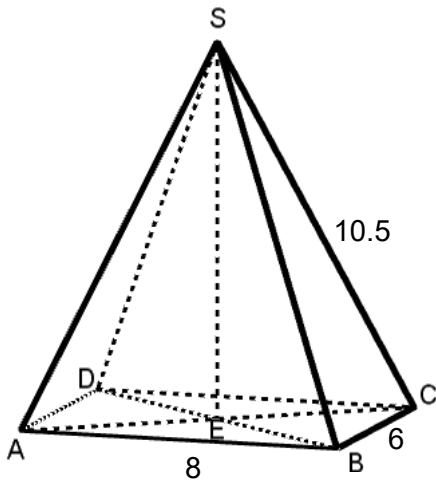
$$SE = 85.25$$

$$SE = 9.23$$

גובה הפירמידה: 9.23 ס"מ.

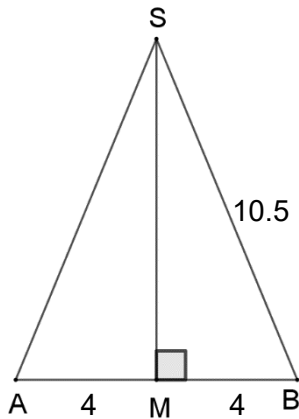


ד. חישוב הגובה לבסיס של הפאות הצדדיות



כדי לחשב את הגובה לבסיס של הפאה הצדדית SAB נסרטט לעצמנו תחילה את הפאה עצמה. כל פאה של הפירמידה היא משולש שווה שוקיים. גובה של משולש שווה-שוקיים מחלק אותו לשני משולשים שווים-שוקיים חופפים.

נחשב את גובה הפאה SAB בעזרת משפט פיתגורס במשולש SMB :



$$SM^2 = SB^2 - MB^2$$

$$SM^2 = 10.5^2 - 4^2$$

$$SM^2 = 110.25 - 16$$

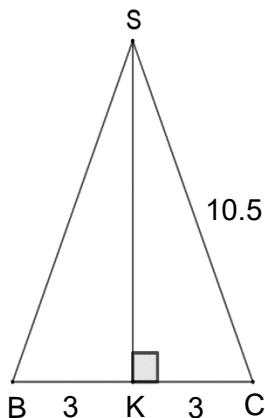
$$SM^2 = 94.25$$

$$SM = 9.71$$

גובה הפאה SAB : 9.23 ס"מ.

באופן דומה נחשב את אורך הגובה של הפאה הצדדית SBC

בעזרת משפט פיתגורס במשולש SKC :



$$ST^2 = SD^2 - TD^2$$

$$ST^2 = 10.5^2 - 3^2$$

$$ST^2 = 110.25 - 9$$

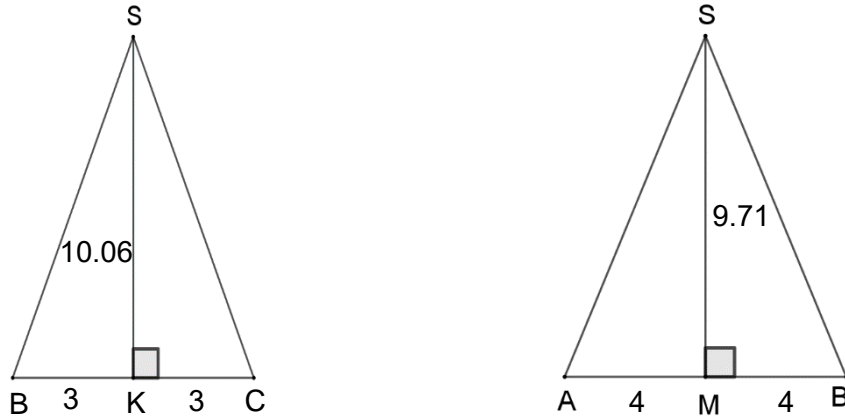
$$ST^2 = 101.25$$

$$ST = 10.06$$

גובה הפאה SAD : 10.06 ס"מ.

ה. חישוב שטח המעטפת

מעטפת הפירמידה מורכבת משני זוגות של משולשים שווי שוקיים חופפים. בסעיפים הקודמים חישבנו את הגבהים של שני משולשים. נחשב כעת את השטח.



$$S_{SAB} = S_{SCD} = \frac{AB \cdot SM}{2} = \frac{8 \cdot 9.71}{2} = 38.84$$

$$S_{SAD} = S_{SBC} = \frac{AD \cdot SK}{2} = \frac{6 \cdot 10.06}{2} = 30.18$$

$$S_{\text{מעטפת}} = 2 \cdot 38.84 + 2 \cdot 30.18$$

שטח מעטפת הפירמידה: 138.04 סמ"ר

ו. חישוב שטח הפנים

כדי לחשב את שטח הפנים של הפירמידה נוסיף לשטח המעטפת את שטח הבסיס (48 סמ"ר). שטח הפנים של הפירמידה: 186.04 סמ"ר.

ז. חישוב נפח הפירמידה:

נפח הפירמידה שווה לשליש ממכפלת שטח בסיס הפירמידה בגובה הפירמידה. במקרה שלנו:

$$V = \frac{AB \cdot AD \cdot h}{3} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 9.23}{3} = 147.68$$

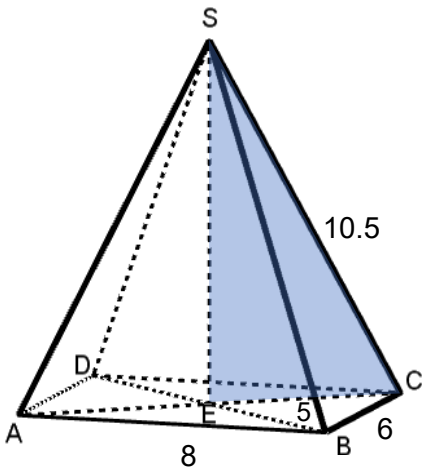
נפח הפירמידה 147.68 סמ"ק.

ח. חישוב הזווית בין המקצוע הצדדי לבסיס

נזכור

זווית בין מקצוע צדדי לבסיס היא הזווית שבין המקצוע הצדדי לבין היטלו על הבסיס.

ההיטל של המקצוע הצדדי הוא הקטע המחבר את עקב הגובה עם קצה המקצוע שעל הבסיס.



נסרטט בנפרד את המשולש SEC .

בסעיפים קודמים מצאנו: $EC = 5$ ס"מ

$$\cos \angle SCE = \frac{EC}{SC} = \frac{5}{10.5} = 0.476$$

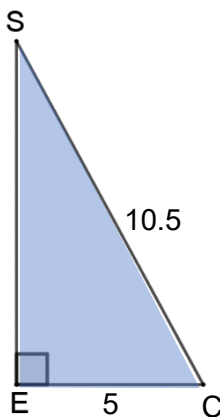
$\angle SCE$ זווית חדה. מכאן:

$$\angle SCE = 61.56^\circ$$

הזווית בין המקצוע הצדדי לבסיס היא: 61.56° .

המשולשים SEC , SEA , SEB ומכאן שהזוויות בין כל המקצועות הצדדיים לבסיס שוות.

הערה: יכולנו לחשב את הזווית גם בעזרת טנגנס.



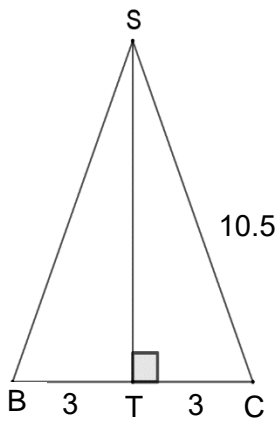
ט. חישוב זווית הראש של פאה צדדית

נחשב את זווית הראש של הפאה SBC .

כל פאה של פירמידה ישרה היא משולש שווה שוקיים

הגובה לבסיס ST הוא גם תיכון לבסיס וחוצה זווית הראש של המשולש.

נחשב את הזווית $\angle TSC$ במשולש STC ונכפול ב-2.

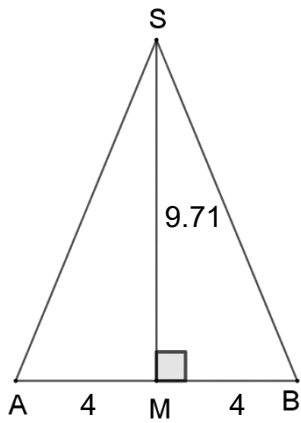


$$\sin \angle TSC = \frac{TC}{SC} = \frac{3}{10.5} = 0.287$$

$\angle TSC$ היא זווית חדה ומכאן:

$$\angle TSC = 16.60^\circ$$

$$\angle BSC = 2\angle TSC = 33.20^\circ$$



חשבו את זווית הראש של הפאה הצדדית SAB .

תשובה:

$$\angle ASB = 2\angle MSB = 44.79^\circ$$