

# במבט נוסף

על בחינת הבגרות – 806 – קיץ תשע"ז, מועד א – שאלה 8

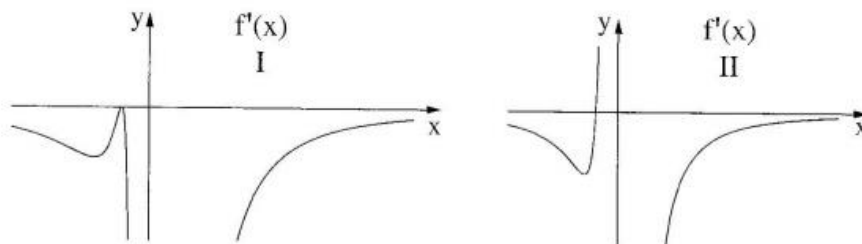
## נעלה בחזקה זוגית או אי זוגית

נתונה הפונקציה  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$ ,  $x \neq 0$ ,  $n$  הוא מספר טבעי גדול מ-1.

א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

ב. הראה כי עבור  $n$  אי-זוגי  $f'(x) \leq 0$  לכל  $x \neq 0$ .

לפניך שני גרפים, I ו-II. (בגרפים מוצגות כל נקודות הקיצון).



אחד הגרפים מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור  $n$  זוגי, והגרף האחר מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  עבור  $n$  אי-זוגי. היעזר בגרפים I ו-II, וענה על הסעיפים ג, ד, ו-ה.

ג. עבור  $n$  אי-זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ד. עבור  $n$  זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה  $f(x)$ . נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונות הפונקציות:  $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$ ,  $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$ .

מהו הסימן של המכפלה  $g''(x) \cdot h''(x)$  עבור  $x > 0$ ? נמק.

השאלה מתוך מבחן הבגרות מהווה בסיס לפעילות חקר והתנסות בעזרת [יישומון](#) בגאוגברה (להורדה). בפעילות התלמיד מתבקש לחקור את הפונקציה באופן איכותני, כפונקציית חזקה מורכבת, ולהבחין בין חזקות זוגיות ואי זוגיות.

בפעילות גם הזמנה לתלמידים מתקדמים להמשיך ולבנות ולחקור.

במבט נוסף – על בחינת בגרות 806- קיץ תשע"ו, מועד א

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905

אתר: <http://newhighmath.haifa.ac.il>

דוא"ל: [hmthcntr@edu.haifa.ac.il](mailto:hmthcntr@edu.haifa.ac.il)

## נעלה בחזקה זוגית או אי זוגית

נחקור את הפונקציה  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$  ונשאל כיצד משפיע  $n$  על תכונות הפונקציה.

נתבונן בפונקציה כפונקציה מורכבת:  $f(x) = (1 + k(x))^n$  כאשר  $k(x) = \frac{1}{x}$

א. שרטטו את הגרף  $k(x) = \frac{1}{x}$ .

ב. נתונה הפונקציה  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^1$ .

- 1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- 2) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?
- 3) מהן האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה?
- 4) שרטטו סקיצה לגרף הפונקציה. (השוו עם היישומון)
- 5) על פי הגרף, שעררו האם לפונקציה יש נקודות פיתול? אם כן, כמה?

ג. נתונה הפונקציה  $k(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ .

כיצד תשתנה הפונקציה  $f(x)$  אם נעלה אותה בריבוע?

- 1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- 2) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?
- 3) מהן האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה?
- 4) שרטטו סקיצה לגרף הפונקציה. (השוו עם היישומון)
- 5) על פי הגרף, שעררו האם לפונקציה יש נקודות פיתול? אם כן, כמה?

ד. סכמו במה דומות ובמה שונות הפונקציות  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^1$ ,  $k(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ .

כיצד הדבר בא לידי ביטוי בנגזרות של הפונקציות?

ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$ .

כיצד תשתנה הפונקציה  $f(x)$  אם נעלה אותה בחזקת שלוש?

- 1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- 2) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?
- 3) מהן האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה?
- 4) שרטטו סקיצה לגרף הפונקציה. (השוו עם היישומון)
- 5) על פי הגרף, שעררו האם לפונקציה יש נקודות פיתול? אם כן, כמה? נמקו.

- ו. סכמו במה דומות ובמה שונות הפונקציות  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^1$ ,  $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$ .  
כיצד הדבר בא לידי ביטוי בנגזרות של הפונקציות?

ז. **עבור n אי זוגי:**

- מצאו כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה?
- מצאו כמה נקודות פיתול (אם יש כאלה) יש לפונקציה?
- שרטטו סקיצה לגרף הפונקציה.

ח. **עבור n זוגי:**

- מצאו כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה?
- מצאו כמה נקודות פיתול (אם יש כאלה) יש לפונקציה?
- שרטטו סקיצה לגרף הפונקציה.

- ט. בצעו את פעילות החקר גם עבור הרכבת פונקציות נוספות. כגון:

$$g(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n$$

$$h(x) = (1 + \sqrt{x})^n$$

$$m(x) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$$

$$n(x) = \left(1 + \frac{1}{x^2 - 1}\right)^n$$