

## הנושא: לפתור, להבין ולשאול

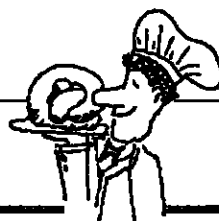
הוכן ע"י: עמוס גואטה.

תקציר: המחבר טוען, על-סמך ניסיונו, כי הקשר בין הבנת תהליך של פתרון בעיה ובין היכולת לבצע את התהליך אינו הכרחי. לדעתו תלמידים משתמשים באלגוריתמים לפתרון ללא הבנת הקשר בין האלגוריתם לבין הבעיה. הוא מוצא אישוש מחקרי לטענה במסגרת מחקר שעסק בהבנת הנושא: מספרים עשרוניים. המחבר מציע להעמיק הבנה על-ידי חיבור שאלות.

מילות מפתח: הבנה, חשיבה מתמטית, שאילת שאלות, אלגוריתם, פתרון, ביצוע, מחקר.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 25, חורף תש"ס, 2000, עמודים 42-43.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 2 עמודים.



## לפתור, להבין ולשאול

עמוס גואטה

יהוד

1. לא כל פעם שתלמיד מסוגל לפתור בעיה מסוימת הוא גם מבין אותה, כלומר מבין את הבעיה ואת הפתרון.

לדוגמה, תלמידים יכולים לפתור משוואה מעריכית מהסוג  $2^{-x} + 2^{-2} = 0$  75 מבלי להבין אותה תלמיד יכול לפתור בעיה בתכנון ליניארי ברמת 3 יחידות לימוד תוך הפעלת האלגוריתם שהורגל אליו מבלי להבין את הפתרון או את הבעיה

לעניין זה יש חשיבות רבה מהסיבות הבאות

- א אם התלמיד מצליח 'להתמודד' עם הנושא מבלי להכין אותו, אין שום סיבה שינסה להבין אותו
- ב פתרון 'אוטומטי' של בעיות מתמטיות שלא מעורבים בו תהליכי תפיסה, ניתוח, הסקת מסקנות וכו' – יכול לגרום לתחושת ניכור, ולהביא את התלמיד למסקנה עגומה שהמתמטיקה היא דבר 'סתום' שאפשר, אולי, 'לבצע' אותו אבל אי-אפשר להבין

בעיניי, שאלות שהתלמיד מתקשה בהבנתן ומתקשה גם בפתרון עדיפות על שאלות שהוא מצליח לפתור מבלי להבין בשאלות מהסוג הראשון אין לתלמיד אשליה של ידע (מבלי שיהיה לו הידע), והקושי בפתרון יכול לגרום לו להמשיך ולהתמודד עם השאלה עד שיצליח, אולי, להבינה

אלא שמסיבות שונות הוכנסו פרקים רבים לתכניות הלימודים מבלי שיתלמיד הממוצע תהיה יכולת הפשטה מספיקה כדי להבינה

כדי להתמודד עם תכנית הלימודים, פיתחו המורים והתלמידים טכניקות פתרון המבוססות על אלגוריתם מוכן ובלתי מובן שבו משתמשים בכל פעם שנתוני הבעיה מתאימים לאלגוריתם האלגוריתם מתורגל מספר רב של פעמים (מה שלא נכנס דרך הראש נכנס דרך הידיים) עד שהתלמיד מגיע למעין שליטה זמנית בחומר, שליטה המספיקה כדי לעבור את הבחינה הקרובה, וזה הרי העיקר נושאים שקשה למצוא להם אלגוריתם כללי קל לזכירה ונוח לשימוש נדחקים לשוליים.

לדוגמה, שאלות מילוליות הן נושא מתמטי נהדר (בעיניי כל בעיה היא מילולית למשל, אפשר לכתוב משוואה כך מצא את איקס אם ידוע שאיקס פחות חמש, כל זה בריבוע פחות שלושים ושש שווה אפס) אבל המגוון הגדול של השאלות המילוליות מונע מהתלמיד למצוא להן אלגוריתם כללי כל שאלה מילולית עלולה להפוך לאתגר בלתי צפוי ולכן מוטב לדגל על כל הנושא ואילו נושא קשה ומופשט, כגון משוואות משיק בנקודה נתונה לפונקציה גזירה הופך לעניין 'יקלי ופופולרי', כי יש לנו את האלגוריתם הדרוש למציאת המשיק

א מצא את השיפוע  $m$  בעזרת הנוסחה

$$m = f'(x_1)$$

ב. מצא את משוואות המשיק בעזרת הנוסחה

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

התלמיד יכול למצוא את משוואות המשיק מבלי להבין כלל את הנושא

תלמידים מרבים להשתמש בנוסחת השורשים של המשוואה הריבועית בדרך כלל הם אינם יודעים מאין צמחה והשימוש בה נעשה גם כשאפשר ורצוי להסתדר בלעדיה

לדוגמה, רוב התלמידים שיתבקשו לפתור את המשוואה שהוזכרה קודם ושניסוחה בסמלים מתמטיים הוא

$$(x-5)^2-36=0$$

יעדיפו לפתוח סוגריים ולהגיע למשוואה ריבועית הנפתרת בעזרת נוסחת שורשים, במקום להעביר אגפים ולהוציא שורש

$$(x-5)^2=36$$

$$x-5=\pm 6$$

ולכן,

$$x_1=-1$$

$$x_2=11$$

לו הופיע חלק גדול מהמשוואות הריבועיות שבספרי הלימוד בצורה הבא

$$(ax+b)^2+c=0$$

היו התלמידים רוכשים ראייה והבנה טובים יותר של הנושא

הקשר בין אלגברה מחד גיסא ומערכת הצירים הקרטזית מאידך גיסא, הוא נושא קשה לרוב התלמידים ברמת 3 יחידות לימוד התלמידים מצליחים, אם בכלל, להתמודד עם הנושא זה בעזרת אלגוריתמים, כפי שהראיתי לעיל

אם יתבקש תלמיד ממוצע לחבר שאלה משמעותית ומקורית בהנדסה אנליטית או באנליזה, ספק אם יעלה הדבר בידו אותו תלמיד יצליח לחבר בעיית תנועה או בעיית אחוזים מעניינת, אך אם נבחן את הידע שלו יתברר, שבדרך כלל הוא פותר שאלות באנליזה טוב יותר מאשר שאלות מילוליות הקשורות לתנועה או לאחוזים מכאן משתמע שהיכולת לחבר שאלות משמעותיות מעידה על הבנה, ואילו היכולת לפתור שאלות מעידה בחלק מהמקרים על היכולת לאמץ אלגוריתם מתאים ולהפעיל אותו נכונה

2. הטענה או השערה שפתחתי בה את דברי, כי הקשר בין הבנת בעיה ובין היכולת לפתור אותה אינו הכרחי, קיבלה אישוש מחקרי.

נושא עבודת המוסמך של בלהה צוקר (אוניברסיטת חיפה בית הספר לחינוך, 1984) היה 'הקשר בין הבנה ובין ביצוע אלגוריתמים במספרים עשרוניים' היא העבירה 2 מבחנים לקבוצות הנבדקים 240 תלמידי כיתות ז, ח ו-ט (שחולקו בכל כיתה לשתי קבוצות, א ו-ב). מבחן אחד בדק הבנה במספרים עשרוניים והמבחן השני בדק ביצוע אלגוריתמים במספרים עשרוניים

מן הממצאים אין קשר בין הבנה לבין ביצוע אלגוריתמים במספרים עשרוניים ואין הבדל בין שכבות הגיל בעניין זה אך בכל זאת, טובים יותר הישגי תלמידי הקבוצות א מהישגי תלמידי הקבוצות ב בכל הקבצה אין קשר בין המבחנים, הפער בין המבחנים מפולג באופן זהה בשתי ההקבצות ללא כיוון מוגדר.

(המקור מחקר שוטף במדעי החברה, תקצירים, כרך ט-1, הוצאת מכון הנרייטה סולד, ירושלים, טבת תשמ"ח)

הטענה השנייה, כי היכולת לחבר שאלות עשויה להעיד על הבנה טובה יותר מהיכולת לפתור שאלות, טעונה אישוש מחקרי

טענה חשובה ממנה היא הטענה שהתנסות בחיבור שאלות יכולה לפתח את ההבנה לא פחות (אולי יותר) מן ההתנסות בפתרון שאלות, וגם היא זקוקה לאישוש. ועד שיגיע האישוש (אם בכלל) יכולים כל המורים וכל התלמידים להתנסות בחיבור שאלות ולהיווכח (אולי) שמשאו משתנה בעקבות ההתנסות הזאת

א נוצר קשר רגשי בין הלומד והנושא הנלמד

ב השאלות יוצרות בדרך כלל הרחבה והעמקה של הלמידה (וכן קישור לנושאים קרובים) וזאת בקצב האישי של התלמיד

שינויים אלה ואחרים מצדיקים לדעתי, למרות הקשיים הצפויים, ניסיון לשלב את שאלות התלמידים במהלך הלמידה וההוראה