

## הנושא: הוראת המתמטיקה בסין

הוכן ע"י: שישן מו, ג'ינאן.

תורגם מגרמנית ע"י: עזריאל לוי.

תקציר: במאמר נסקרות מערכת החינוך, הוראת המתמטיקה והכשרת המורים למתמטיקה בסין. בין השאר נידונים הנושאים הבאים: בית הספר היסודי וחטיבת הביניים, הבחינות בבית הספר, ההשכלה הגבוהה, חינוך מבוגרים, מעמד הוראת המתמטיקה בבתי הספר בסין, תוכן הוראת המתמטיקה, היבטים דידקטיים והכשרת המורים. בנוסף, מובאות דוגמאות: לבחינה במתמטיקה המשמשת כבחינת כניסה לאוניברסיטה בסין, למערך שיעור ולרשימת קורסים הנלמדים במוסדות להכשרת מורים בסין.

מילות מפתח: מתמטיקה בעולם, מתמטיקה בסין, הוראת מתמטיקה, הכשרת מורים, טריגונומטריה, הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב, קומבינטוריקה, אלגברה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, תורת הקבוצות, לוגיקה, מספרים מרוכבים (מספרים קומפלקסיים), פרבולה, פונקציה, פונקציה טריגונומטרית, מחזור של פונקציה, פירמידה, סדרה, סדרה הנדסית, חרוט, גבולות, מעגל, אי-שוויון, בינום של ניוטון, כדור, נקודות קיצון, היפרבולה.

החומר פורסם במסגרת: על"ה 16, אדר ב' תשנ"ה, מרץ 1995, עמודים 68-74.

החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 11 עמודים.

# הוראת המתמטיקה בסין

## 1. מערכת החינוך בסין

### 1.1 בית הספר היסודי וחטיבת הביניים

לימודי החובה בסין נמשכים 9 שנים, מהן שש שנים בבית הספר היסודי ושלוש שנים בחטיבת הביניים. לבעלי מגבלות שונות (פיגור, חירשות, עיוורון) יש בתי ספר מיוחדים. בתום לימודי חטיבת הביניים ניגשים כל התלמידים לבחינת גמר. התלמידים הטובים ביותר יכולים להמשיך בחטיבה העליונה, התלמידים הטובים יכולים להמשיך בבית ספר מקצועי ויתר התלמידים בבית ספר מקצועי ברמה נמוכה יותר. חלק קטן של התלמידים מתחיל לעבוד. התלמידים הלומדים בבתי הספר המקצועיים לסוגיהם מסיימים את לימודיהם כטכנאים. רק התלמידים הלומדים בחטיבה העליונה יכולים להמשיך בלימודים אוניברסיטאיים.

### 1.2 הבחינות בבית הספר

בסין יש תחרות עזה בין בתי הספר כי רק אחד מארבעים תלמידים מתקבל ללימודים באוניברסיטה. המשימה של מורי בתי הספר היסודיים וחטיבות הביניים היא להכין את הלומדים היטב, ככל האפשר, לבחינת הגמר של חטיבת הביניים, כדי לתת לתלמידים רבים את ההזדמנות להמשיך בחטיבה עליונה מובחרת.

למסיימי החטיבות העליונות המובחרות המחוזיות יש סיכוי גבוה יותר להגיע ללימודים אוניברסיטאיים. מחלקת החינוך העירונית מטפחת את המורים בבתי הספר שלה כדי להעלות את רמת בתי הספר. בכל בתי הספר של עירי (גי'נאן) מתקיימת בכל סמסטר בחינה עירונית. בחטיבות העליונות מקיימים המורים בחינות נוספות כי הבחינות העירוניות האזוריות והבחינות הכלל עירוניות הן קלות יחסית עבורן.

האוניברסיטאות בסין מקיימות כל שנה בחינת כניסה, אשר אליה אפשר לגשת עם סיום הלימודים בחטיבה העליונה. במחוז שלי מתקבלים לאוניברסיטה בערך שישים מביין הנבחנים בבחינת הכניסה.

### 1.3 ההשכלה הגבוהה בסין

#### 1.3.1 מבנה

מערכת ההשכלה הגבוהה בסין מורכבת מאוניברסיטאות כלליות, תעשייתיות או טכניות, רפואיות, חקלאיות ופדגוגיות וכמו כן בתי ספר לאמנות, לספורט וכיוצא באלה. לאוניברסיטאות התעשייתיות יש תחומי התמחות שונים, ולכן הן נקראות בשמות שונים כגון אוניברסיטה טכנית, בית ספר גבוה לתעשייה כימית, בית ספר גבוה לבניית מכונות, בית ספר גבוה לתעשייה קלה, אוניברסיטה לתעשיית הטקסטיל, בית ספר גבוה למכרות וכיוצא באלה.

#### 1.3.2 זמן הלימודים

בדרך כלל לומדים התלמידים במשך 4-5 שנים. כל שנת לימודים היא בת 40-42 שבועות, וכל סמסטר הוא בן 20-21 שבועות. בכל שבוע יש לתלמידים 22-30 שעות שיעור.

בתום הלימודים באוניברסיטה אין בחינות סיום. הסטודנטים בסין צוברים נקודות זכות (נקודת זכות היא שעת לימוד שבועית בסמסטר). לכן הבחינות בסוף הסמסטר הן בעלות חשיבות מיוחדת. בחינות אלו קשות מאוד. במספר אוניברסיטאות ממנים בזמן הבחינות ועדה מיוחדת כדי לפקח על הביצוע התקין של הבחינות. לפעמים בודק גם הדיקן את מידת הקושי של הבחינות.

בתום 4-5 שנות לימוד, כאשר התלמיד עמד בכל הבחינות וכתב את עבודת הבוגר שלו, הוא מקבל תואר בוגר. חלק קטן מן הבוגרים רוצים להמשיך ללמוד. כדי להתחיל בלימודים לתואר מוסמך, הנמשכים 3 שנים, הם צריכים לבחור מדרך למוסמך ולהיבחן אצלו בכתב ובעל-פה. לעבודת דוקטור יכולים להמשיך רק מעטים ממקבלי תואר המוסמך כי רק פרופסורים הנחשבים לבעלי רמה בינלאומית יכולים להיות מדריכים לעבודת דוקטור בסין.

יש בסין גם תלמידים מסוג שונה, הלומדים רק במשך 2-3 שנים. תלמידים אלו אינם זוכים לתואר אקדמי עם סיום לימודיהם.

#### **1.4 חינוך מבוגרים**

בסין יש למבוגרים חמש אפשרויות שונות להשתלמות.

#### **אפשרות ראשונה: אוניברסיטת רדיו וטלוויזיה**

בסין יש אוניברסיטאות טלוויזיה (אוניברסיטת הטלוויזיה המרכזית של סין) שהיא האוניברסיטה הגדולה בעולם. יש לה בערך מיליון תלמידים מכל רחבי סין. היחידה המרכזית של האוניברסיטה מקליטה את השיעורים של פרופסורים ידועי שם על קלטות ודיאן, ואת הקלטות שולחים לקורסים בערים השונות. המרכזים המקומיים מעסיקים פרופסורים ומרצים של האוניברסיטאות המקומיות, או מהנדסים, והם יועצים לסטודנטים ובודקים את עבודותיהם. הסטודנטים באים ברובם מבין שורות העובדים. במשך שלוש שנות לימודיהם הם אינם צריכים לעבוד. מקומות עבודתם נשמרים להם והם ממשיכים לקבל משכורת. אוניברסיטה זאת ידועה בבחינותיה הקפדניות והקשות ולכן היא בעלת שם טוב.

#### **אפשרות שנייה: לימודי ערב**

כמעט כל חוגי הלימודים באוניברסיטאות ובבתי הספר הגבוהים מקיימים לימודי ערב (אוניברסיטת ערב). השיעורים ניתנים בימות השבוע, שני עד שישי, במשך שעתיים בכל יום, וביום ראשון 4-6 שעות. לימוד המקצועות הראשיים אורך 6 שנים.

#### **אפשרות שלישית: לימודים בהתכתבות**

לאוניברסיטאות ובתי ספר גבוהים רבים יש יחידה ללימודים בהתכתבות. התלמידים מקבלים את חומר הלימוד בדואר. בחופשות באים התלמידים לאוניברסיטה, או למקום מפגש אחר, ושם מקיימים פרופסורים ומרצים פעילויות עם התלמידים וכן נערכות בחינות.

#### **אפשרות רביעית: לימודים עצמאיים**

בכל מחוז יש מרכז בחינות ללומדים לימוד עצמי. מרכז זה מספק את הספרים ועורך כל שנה בחינות במקצועות השונים. הלימוד של כל המקצועות העיקריים נמשך זמן רב.

#### **אפשרות חמישית: מכוני השתלמות בחברות גדולות**

על הרוצים להשתתף בתוכנית לחינוך מבוגרים לעמוד בבחינת קבלה. בחינת הקבלה נערכת בכל סין כל שנה בתחילת חודש מאי. מלבד הסטודנטים באוניברסיטת הטלוויזיה מנצלים כל הסטודנטים במערכת זאת את זמנם הפנוי ללימודים. לכן אנו מכנים זאת גם "לימוד בשעת הפנאי". התלמידים אינם מקבלים תעודה או תואר אקדמאי מכיוון שהם אינם תלמידים מן המניין של אף אוניברסיטה ואינם נדרשים לכתוב עבודת בוגר. הלימודים שלהם מוכרים, והם נחשבים לבעלי מקצוע מוסמכים בתחומם.

## 2. מבט על הוראת המתמטיקה בבית הספר הסיני

### 2.1 מעמד הוראת המתמטיקה בבית הספר

מתמטיקה היא אחד המקצועות היסודיים והחשובים בבית הספר בסין. התלמידים נדרשים ללמוד סינית, מתמטיקה, פיסיקה, כימיה, ביולוגיה, גיאוגרפיה, היסטוריה, אנגלית, מוסיקה, ספורט, פוליטיקה ומעט מדעי המחשב. מקצועות הלימוד החשובים ביותר בבית הספר היסודי הסיני הם סינית ומתמטיקה, ובחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה נוספת עליהם גם האנגלית.

למתמטיקה מוקדש זמן ההוראה הארוך ביותר שהוא 6 שעות שבועיות, כלומר שעה ביום. שיעור המתמטיקה נקבע לזמן הטוב ביותר ביום, שהוא השעה 8 או 8:30 בבוקר. היקף עבודות הבית במתמטיקה גדול מזה של המקצועות האחרים והוא כמחצית מכלל שיעורי הבית של התלמידים. בכל בחינת מעבר מכיתה לכיתה מקבלות המתמטיקה והסינית 120 נקודות, בעוד שיתר המקצועות מקבלים 100 נקודות כל אחד.

נוסף על כך, כדי לשפר את הישגי התלמידים במתמטיקה, מקיימת ממשלת סין כל שנה תחרות מתמטיקה בכל סין. הרמה הראשונה היא התחרות בעיר או באיזור הכפרי, מעליה נמצאת התחרות המחוזית והזוכים בתחרויות במחוזות נוסעים לבייג'ין כדי להשתתף בגמר. כך בוחרים את נבחרת סין לאולימפיאדת המתמטיקה. תחרות כזאת קיימת רק במתמטיקה. נושאי התחרות חורגים ממסגרת לימודי המתמטיקה.

### 2.2 תוכן הוראת המתמטיקה

התיאור הטוב ביותר של תוכן הוראת המתמטיקה ניתן, לדעתי, בבחינת הכניסה לאוניברסיטאות (דוגמה מובאת במסגרת 1).

#### מסגרת 1: בחינת כניסה לאוניברסיטאות בסין

**חלק א:** לכל אחת מהשאלות דלקמן יש ארבע תשובות (א), (ב), (ג) ו-(ד), ורק אחת מהן נכונה. סמן בבקשה את התשובה הנכונה (כל תשובה נכונה מזכה ב-3 נקודות, בסה"כ 45 נקודות).

1. אם  $\sin \alpha = 4/5$  ו- $\alpha$  נמצאת ברביע השני, אז  $\tan \alpha$  הוא:

(א)  $-4/3$  (ב)  $-3/4$  (ג)  $3/4$  (ד)  $4/3$

2. המוקד של פרבולה נמצא בנקודה (0, -1) והקודקוד שלה בנקודה (0, 1). משוואת הפרבולה היא:

(א)  $y^2 = 8(x + 1)$

(ב)  $y^2 = -8(x + 1)$

(ג)  $y^2 = 8(x - 1)$

(ד)  $y^2 = -8(x - 1)$

3. המחזור החיובי המזערי של הפונקציה  $y = \cos^2 x - \sin^4 x$  הוא:

(א)  $\pi/2$  (ב)  $\pi$  (ג)  $2\pi$  (ד)  $4\pi$

4. אם שני ישרים מצטלבים נחשבים לזוג, אז 12 המקצועות של פירמידה משושה משוכללת יוצרים:

(א) 12 זוגות (ב) 24 זוגות (ג) 36 זוגות (ד) 48 זוגות

5. משוואה של ציר סימטריה של הגרף של הפונקציה  $y = \sin(2x + 5\pi/2)$  היא:
- (א)  $x = -\pi/2$
  - (ב)  $x = -\pi/4$
  - (ג)  $x = \pi/8$
  - (ד)  $x = 5\pi/4$

6. תהי  $SABC$  פירמידה עם קודקוד  $S$  ובסיס  $ABC$  שאינו שווה צלעות כך ששלוש הפיאות הצדדיות יוצרות זוויות שוות עם מישור הבסיס  $ABC$ . ההיטל  $O$  של  $S$  על המישור  $ABC$  הוא:
- (א) מפגש הגבהים של המשולש  $ABC$ ,
  - (ב) מרכז הכובד של המשולש,
  - (ג) מרכז המעגל החוסם של המשולש,
  - (ד) מרכז המעגל החסום של המשולש.

7. תהי  $\{a_n\}$  סידרה גיאומטרית  $a_n > 0$   $a_6 = 25$   $a_5 + a_4 = a_3 + a_2$   $a_3 + a_5$  שווה ל:
- (א) 5
  - (ב) 10
  - (ג) 15
  - (ד) 20

8. חתך חרוט נתון על ידי המשוואה הקוטבית  $r = 16 / (5 - 3 \cos Q)$  הקואורדינטות הקרטזיות של המוקדים שלו הם:
- (א)  $(0, 0)$  ,  $(6, \pi)$
  - (ב)  $(3, 0)$  ,  $(3, \pi)$
  - (ג)  $(0, 0)$  ,  $(3, 0)$
  - (ד)  $(0, 0)$  ,  $(6, 0)$

9. יש 4 מכשירי טלוויזיה מדגם א ו-5 מדגם ב. מותר לך לבחור שלושה מהם, אבל לפחות אחד מכל דגם. מהו מספר אפשרויות הבחירה שלך?
- (א) 140 (ב) 84 (ג) 00 (ד) 35

10. אם  $ac < 0$   $bc < 0$  אז הישר הנתון על ידי המשוואה  $ax + by + c = 0$  אינו עובר דרך:
- (א) הרביע הראשון
  - (ב) הרביע השני
  - (ג) הרביע השלישי
  - (ד) הרביע הרביעי

11. תהיינה  $A, B, C$  שלוש טענות.
- אם  $A$  תנאי הכרחי ל- $B$  ו- $C$  תנאי מספיק ל- $B$  אז אפשר להסיק מזאת כי:
- (א)  $C$  תנאי מספיק אבל לא הכרחי ל- $A$
  - (ב)  $C$  תנאי הכרחי אבל לא מספיק ל- $A$
  - (ג)  $C$  תנאי הכרחי ומספיק ל- $A$
  - (ד)  $C$  אינו לא הכרחי ולא מספיק ל- $A$

12.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ n \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) \right]$  שווה ל:

(א) 0

(ב) 1

(ג) 2

(ד) 3

13. תהי  $f(x)$  פונקציה אי-זוגית העולה בקטע  $[3, 7]$  והמינימום שלה בקטע זה הוא 5, אז בקטע  $[-3, -7]$ :

(א)  $f(x)$  עולה והמינימום שלה הוא 5-

(ב)  $f(x)$  יורדת והמינימום שלה הוא 5-

(ג)  $f(x)$  עולה והמקסימום שלה הוא 5-

(ד)  $f(x)$  יורדת והמקסימום שלה הוא 5-

14. מספר הנקודות על המעגל  $x^2 + 2x + y^2 + 4y - 3 = 0$  שמרחקן מהישר  $x + y + 1 = 0$  הוא  $\sqrt{2}$  הוא:

(א) 1 (ב) 2 (ג) 3 (ד) 4

15. תהי  $R$  קבוצת כל המספרים הממשיים, ולקבוצה  $A$  חלקית ל- $R$  נסמן ב- $\bar{A}$  את הקבוצה

המשלימה ל- $A$  ב- $R$ . תהי  $f(x) = \sin x - 1$  ו- $g(x) = \cos x - 1$  ותהי  $M = \{x \mid f(x) \neq 0\}$

ו- $N = \{x \mid g(x) \neq 0\}$ . אז הקבוצה  $\{x \mid f(x)g(x) = 0\}$  שווה ל:

(א)  $\bar{M} \cap \bar{N}$  (ב)  $\bar{M} \cap N$  (ג)  $M \cup \bar{N}$  (ד)  $\bar{M} \cup \bar{N}$

### חלק ב: השלמה (בסה"כ 15 נקודות)

16. מהו  $\arctan(1/3) + \arctan(1/2)$ ?

17. מהי קבוצת הפתרונות של האי-שוויון  $6x^2 + 6x - 2 < 10$ ?

18. נתונה פירמידה מרובעת ישרה קטומה אשר בסיסה התחתון הוא ריבוע שאורך צלעו 4, בסיסה העליון הוא ריבוע שאורך צלעו 2, והזוויות בין כל אחת מן הפיאות והבסיס היא  $45^\circ$ . מהו נפח הפירמידה הקטומה?

19. בפיתוח של  $(ax + 1)^7$  המקדם של  $x^3$  הוא הממוצע האריתמטי של המקדמים של  $x^2 - 1$ . אם  $a > 1$  אז מה ערכו של  $a$ ?

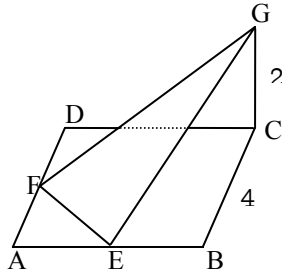
20. תהיינה  $P, A, B, C$  נקודות על פני כדור כך שהקטעים  $\overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PC}$  ניצבים זה לזה, ואורך כל אחד מהם הוא  $a$ . מהו שטח פני הכדור?

**חלק ג: תרגילים לפתרון (6 תרגילים, בסה"כ 60 נקודות)**

21. מצא את כל הערכים של  $x$  שהם נקודות מינימום של הפונקציה  $y = \sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x$  (8 נקודות).

22. יהיה  $z$  המספר המרוכב  $1 + i$ . מהו הערך המוחלט והערך הראשי של הארגומנט (הזווית) של המספר המרוכב  $\frac{z^2 - 3z + 6}{z + 1}$  (8 נקודות).

23. ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 4. E - F הם אמצעי הצלעות AB - AD בהתאמה. הקטע GC ניצב למישור של ABCD ואורכו הוא 2. מה המרחק של הנקודה B מן המישור EFG? (10 נקודות).



24. הוכח כי הפונקציה  $f(x) = -x^3 + 1$  יורדת בקטע  $(-\infty, \infty)$ . השתמש בהוכחה בהגדרת הירידה. (10 נקודות).

25. יהי  $n$  מספר טבעי ו- $a \geq 1$  מספר ממשי. מהי קבוצת הפתרונות של האי שיויון  $\log_a x - 4 \log_a^2 x + 12 \log_a^3 x + \dots + n(-2)^{n-1} \log_a^n x > \frac{1 - (-2)^n}{3} \log_a(x^2 - a)$  (12 נקודות).

26. נתונה הירבולה שמרכזה בראשית ומוקדיה על ציר ה- $x$ . דרך המוקד הימני עובר ישר ששיפועו  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ .  $P$  ו- $Q$  הן נקודות החיתוך שלו עם הירבולה,  $OP$  ניצב ל- $OQ$  ואורך  $PQ$  הוא 4. מהי משוואת הירבולה? (12 נקודות).

בחינת הקבלה הזאת מעמידה בפני התלמידים אתגר לא קל כי הם צריכים לפתור אותה בשלמות תוך שתיים. אין כל אפשרות להאריך את הזמן לפתרון הבחינה אפילו בדקה אחת. זאת נראית כדרישה מוגזמת מן התלמידים אבל כאשר מיטיבים קצת להכיר את המצב בסין אפשר להבין את הסיבה לכך.

**המצב**

אם רוצים להכיר את מצב ההוראה בבתי הספר בסין צריך, ראשית כל, לדעת שלבחינת הקבלה לאוניברסיטאות יש מעמד שולט בהוראה התיכונית, שכולה בנויה סביב בחינה זאת. תלמידים רבים לומדים בחריצות יתרה כדי שיוכלו להתקבל לאוניברסיטה. מדוע? מצד אחד, זהו צו השעה. סין זקוקה בדחיפות לכמה שיותר אנשים משכילים.

מצד שני, תלמיד המתקבל לאוניברסיטה מגדיל את סיכוייו להגיע למעמד טוב יותר בחיים. הדבר חשוב במיוחד לתלמידים ממשפחות איכרים. בסין אדם אינו יכול לבחור לו מקום מגורים כרצונו ולכן לאיכר כמעט שאין סיכוי לעבור לגור בעיר כדי לנסות ולמצוא משרה במפעל ממשלתי. כל בעלי התארים האקדמאים מקבלים מן המדינה משרות קבועות, בעוד שהאחרים צריכים למצוא מקום עבודה בעצמם.

## התחרות

סין היא ארץ ענקית, שגודלה כגודל כל אירופה. יש בה 1.14 מיליארד תושבים, מהם בערך 200 מיליון הם תלמידים, ובכל שנת לימודים יש בערך 20 מיליון תלמידים. האוניברסיטאות ובתי הספר הגבוהים קולטים כ-500,000 תלמידים לשנה, כך שרק אחד מארבעים תלמידים יכול ללמוד באוניברסיטה. מכאן ברור עד כמה גדולה התחרות. אחרי לימודי החובה של 9 שנים צריכים התלמידים לעמוד בבחינה כדי להתקבל לחטיבה העליונה, אשר רק עם סיום הלימודים בה אפשר לגשת לבחינת הקבלה של האוניברסיטאות. את הבחינות צריכים התלמידים לעבור בציון גבוה כדי להתקבל לחטיבה עליונה מובחרת. יש לציין, כי קיימים הבדלים גדולים ברמת ההוראה בין החטיבות העליונות השונות. הסיבה להבדלים היא לא רק שלבתי הספר המובחרים יש מורים טובים יותר, אלא גם שבבתי הספר המובחרים התלמידים טובים יותר. התוצאה היא שאחוז המתקבלים מן החטיבות העליונות שונה מחטיבה אחת לשניה באופן משמעותי. מבוגרי החטיבות העליונות המובחרות מתקבלים לאוניברסיטאות 70%-90% ולעומת זאת בחלק מהחטיבות העליונות מתקבלים לאוניברסיטאות פחות מ-10% ובמקרים מיוחדים גם 0%.

## השפעת התחרות

התחרות גורמת, ללא ספק, להעלאה גדולה של רמת ההוראה. בהשוואה לתוכנית הלימודים הכללית, התוכן של בחינת הקבלה לאוניברסיטאות נעשה הרבה יותר מקיף וקשה. רק כשליש מן החומר שעל התלמידים לעבור עליו לקראת הבחינה נמצא בספרי הלימוד של בית הספר. התלמידים צריכים לא רק לזכור את החומר אלא גם לגלות יכולת רבה בחישובים מתמטיים ופתרון בעיות. מזה נובע שבכל תהליך הלימוד התלמידים הם די פסיביים. לתלמידים יש שבע שעות לימוד ביום. לאחר מכן עליהם לקרוא, לעשות עבודות בית רבות וללמוד בעל-פה את המושגים, הנוסחאות והמשפטים העיקריים. במקביל, עולות גם הדרישות מן המורים הנוגעות לידע שלהם ולהכנת השיעורים.

## ההישגים

תחרות מקדמת את הכשרונות. מאז שסין החלה להשתתף באולימפיאדה המתמטית הגיעו התלמידים הסיניים תמיד להישגים טובים והם הולכים ומשתפרים. בשנת 1990 השיגה הנבחרת הסינית מדליית זהב בתחרות הקבוצתית ועוד 5 מדליות זהב אישיות. לא רק באולימפיאדה המתמטית אלא גם באולימפיאדות בפיסיקה, כימיה ומדעי המחשב הגיעו התלמידים הסיניים להישגים נאים.

אבל בחינות הקבלה הללו והתחרות הגדולה מניבים, לדעתי, גם פירות שליליים. תהליך הבחינות מביא לכך שבמשך שנה תמימה לומדים התלמידים רק לבחינת הקבלה והם עוסקים בחזרות והתכוננות תוך הרחבת ידיעותיהם והעמקתן, כדי לפתור את הבעיות הקשות וכדי ללמוד בעל-פה את מושגי היסוד, המשפטים והנוסחאות. זה הרבה יותר מדי. בשנת הלימודים האחרונה הם רק מתכוננים לבחינה. משמעות הדבר היא שבאותה שנה אי אפשר ללמוד חומר חדש. עם זאת אין כיום כל אפשרות לשנות את המצב הזה.

## דיקטיקה כללית



השיטה העיקרית היא שיטת ההאבסה, כלומר: המורים מלמדים, התלמידים מקשיבים, מתרגלים ומנסים לזכור. התלמידים לומדים הרבה בעל-פה.

אבל כיום מחדירים למורים שיטה טובה יותר והיא שהמורים מנסים להעביר לתלמידים את הרעיונות של חומר ההוראה ולהביאם למחשבה פעילה. השפה של המורים צריכה להיות מדויקת, נכונה, וקצרה ופשוטה ככל האפשר. כל משפט שהמורה אומר צריך להצביע בכיוון הנכון ולכוון לשם את המחשבה של התלמידים.

שיעור הוא בן 45 דקות. חמש הדקות הראשונות מנוצלות לחזרה. על התלמידים לענות על השאלות שהמורה מציג להם. אחר כך משתמש המורה בערך ב- 20-25 דקות להוראת חומר חדש. לאחר מכן פותרים התלמידים תרגילים במשך 10-15 דקות. בחמש הדקות האחרונות מסכם המורה את השיעור.

לפני שהמורים מלמדים את השיעורים הם צריכים להתכונן היטב. ההכנה לשיעור מורכבת מן הצעדים הבאים.

### **צעד 1. קריאה, הבנה וניתוח**

תחילה על המורה לקרוא את ספר הלימוד מספר פעמים ביסודיות, להכיר את החומר ואת מה שהחומר דורש ולהבין אותו היטב. לאחר מכן הוא צריך למצוא את הנקודות המרכזיות ואת מטרות ההוראה של הספר ולנתח את הנקודות החשובות והקשות. אז עליו לפתור את רוב התרגילים בספר ולגלות את תהליכי הפתרון היסודיים כך, שאם הדבר נחוץ, הוא יוכל לתת הנחיות לתלמידים.

### **צעד 2. קביעת יעדי ההוראה**

אחרי הקריאה, ההבנה והניתוח צריכים המורים לקבוע את יעדי ההוראה לפי מצב התלמידים ולפי חומר הלימוד. מטרות ההוראה השונות הן: ידיעת החומר, הבנה נכונה, שליטה ויכולת יישום, העמקה ורכישת מיומנות גבוהה יותר ביישומים.

### **צעד 3. בחירת שיטת הוראה מתאימה**

אין שיטת הוראה אידיאלית לכל הכיתות ולכל תכני ההוראה. בכל מקרה על המורים לעשות את הכל כדי לעודד את הרצון של התלמידים להרבות ידע ולהגדיל את ההתעניינות בלימוד.

### **צעד 4. מערכי שיעור**

המורים בסין חייבים לרשום בכתב את המהלך של כל אחד מן השיעורים. להלן מופיעה דוגמה של מערך שיעור כזה של מורה בחטיבה עליונה מובחרת.

#### **מסגרת 2: מערך שיעור**

חזרה וסיכום בנושא הקבוצות (כהכנה לבחינה בשנת הלימודים ה-12).

#### **א. מושג הקבוצה**

##### **א1. קבוצות**

##### **א1.1 הגדרה**

(אין הגדרה, אבל מודגש שבמתמטיקה מכנים בשם "קבוצה" את האוסף של עצמים מסויימים, השונים זה מזה באופן ברור. לעצמים הבודדים היוצרים את הקבוצה קוראים בשם "האיברים של הקבוצה". איברי הקבוצה אינם נמצאים בסדר קבוע מסוים).

##### **א1.2 הצגת קבוצה:**

על ידי מניית איבריה, על ידי תיאור איבריה.

1.3א סוגים: קבוצות סופיות ואינסופיות.

1.4א סימון האיברית: " $\in$ "; " $\notin$ ".

1.5א קבוצות סדורות: הגדרה, תיאור.

## א. קבוצות חלקיות

2.1א הגדרת מושגי הקבוצה החלקית, והקבוצה החלקית ממש.

2.2א הסימונים ליחס הקבוצה החלקית: " $\subset$ ", " $\subseteq$ ", " $\subsetneq$ ".

2.3א תכונות יחס הקבוצה החלקית: אם  $A \subsetneq \emptyset$  ו  $A \subsetneq B$  ו  $B \subsetneq C$  אז  $A \subsetneq C$ .

## ב. פעולות על הקבוצות

### ב.1. פעולת החיתוך.

ב.1.1 הגדרה

ב.1.2 תכונות

ב.1.3 שימושים טיפוסיים: קבוצת הפתרונות של מערכת משוואות ומערכת אי-שוויוניים.

### ב.2. פעולת האיחוד

ב.2.1 הגדרה

ב.2.2 תכונות

ב.2.3 שימושים טיפוסיים: אם  $A$  היא קבוצת הפתרונות של  $f(x) = 0$  ו  $B$  היא קבוצת הפתרונות של

$g(x) = 0$  אז קבוצת הפתרונות של  $f(x)g(x) = 0$  היא  $A \cup B$ .

### ב.3. פעולת ההשלמה

ב.3.1 הגדרה

ב.3.2 תכונות

חוק ההשלמה: (1)  $\overline{\overline{A}} = A$

(2)  $A \cap \overline{A} = \emptyset$ , כאשר  $G$  היא הקבוצה הכוללת.

## ג. תוכן נוסף

ג.1 קבוצת החזקה

מספר הקבוצות החלקיות של קבוצה סופית: לקבוצה בת  $n$  איברים יש  $2^n$  קבוצות חלקיות.

הוכחות: דרך אחת:  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$

דרך שניה: באינדוקציה.

ג.2 חוקי הפעולות

ג.2.1 חוק החילוף:  $A \cap B = B \cap A$ ,  $A \cup B = B \cup A$

ג.2.2 חוק הקיבוץ:

(1)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(2)  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

ג.2.3 חוק הפילוג: (1)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(2)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ג.2.4 חוק הדואליות:  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ ;  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

ג.3 הוכחת שוויון הקבוצות:  $A = B$  אם ורק אם  $A \subseteq B$  ו  $B \subseteq A$ .

ג.4.1  $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

ג.4.2  $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cup B) - \text{card}(B \cup C) - \text{card}(C \cup A) + \text{card}(A \cap B \cap C)$

### ד. תירגול ודוגמאות

ד1. תירגול: מספר דוגמאות ותרגילים חשובים מספר הלימוד מבוצעים בכיתה.

### ד2. דוגמאות נוספות

דוגמה 1: נתון:  $A = \{4n \pm 1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$   $-1$   $B = \{2m - 1 \mid m \in \mathbb{Z}\}$  הוכח:  $A = B$ .

דוגמה 2: נתון: הקבוצה הכוללת היא קבוצת הממשיים  $\mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = \cos x$ ,  $M = \{x \mid f(x) \neq 0\}$

$-1$   $N = \{x \mid g(x) \neq 0\}$ . אז הקבוצה  $\{x \mid f(x)g(x) = 0\}$  שווה ל:

(א)  $\overline{M} \cap \overline{N}$

(ב)  $\overline{M} \cap N$

(ג)  $M \cup \overline{N}$

(ד)  $\overline{M} \cup \overline{N}$

דוגמה 3: מהו מספר המספרים הטבעיים בין 1 ל-100 שאינם מתחלקים לא ב-2, לא ב-3 ולא ב-5?

דוגמה 4: נתונות הקבוצות A ו-B בנות 12 איברים כל אחת, כך ש- $A \cap B$  היא בת 4 איברים. מהו מספר הקבוצות C בנות 3 איברים המקיימות  $C \subseteq A \cup B$  ו- $C \cap A \neq \emptyset$ .

דוגמה 5: נתונה קבוצה M של פונקציות בעלות הצורה  $y = x^n$ , היכן ש-n מספר שלם שאינו 0. כל פונקציה ב-M היא בעלת לפחות אחת משלוש התכונות הבאות: (א) הפונקציה אי-זוגית, (ב) הפונקציה עולה על כל הציר הממשי, (ג) הגרף של הפונקציה עובר דרך ראשית הצירים. מבין הפונקציות ב-M, 12 הן בעלות התכונה (א) ו-10 הן בעלות התכונה (ב) ו-14 הן בעלות התכונה (ג) מהו מספר הפונקציות ב-M בכמה מפונקציות אלו  $n > 0$ ? (מערך שיעור זה הוא לשתי שעות לימוד).

## 3. הכשרת מורים בסין

### 3.1 מוסדות ההכשרה השונים

הכשרת המורים נעשית בסין באוניברסיטאות הפדגוגיות, בבתי ספר גבוהים פדגוגיים, בבתי ספר פדגוגיים מקצועיים גבוהים, בבתי ספר פדגוגיים מקצועיים ברמת ביניים ובמכונים להשתלמות מורים. האוניברסיטאות הפדגוגיות ובתי הספר הגבוהים הפדגוגיים מכשירים את המורים לחטיבות הביניים הרגילות והמקצועיות ולחטיבות העליונות. זמן הלימודים הוא 4 שנים. אחרי 4 שנות הלימוד מקבלים המסיימים את התואר "בוגר". יש הבדל בין האוניברסיטאות הפדגוגיות לבין בתי הספר הפדגוגיים הגבוהים. האוניברסיטה גדולה יותר מבית הספר הגבוה, היא יותר ותיקה ויש בה יותר פרופסורים. באוניברסיטה רמת החינוך והמחקר גבוהה יותר מאשר בבית הספר הגבוה. בבתי הספר הפדגוגיים המקצועיים הגבוהים מכשירים את מורי חטיבות הביניים. הלימודים נמשכים 2-3 שנים. מורי בתי הספר היסודיים צריכים להיות מסיימי בתי ספר פדגוגיים מקצועיים ברמת ביניים, שמשך הלימודים בהם הוא 3 שנים. במכון להשתלמות מורים, אחרי השתלמות של שנתיים יכולים המורים של חטיבת הביניים לעבור להוראה בחטיבה העליונה.

בזמן לימודי ההוראה בסין עוברים התלמידים בסמסטר האחרון הכשרה מעשית בהוראה במשך 4 שבועות. אחרי תום הלימודים צריכים התלמידים לעמוד בשנה של הכשרה מעשית. פרט ליוצאים מן הכלל מועטים, מסיימים התלמידים בהצלחה את לימודיהם.

מסגרת 3: קורסים למורי המתמטיקה

שעות הוראה בשבוע	סה"כ שעות הוראה	הקורס
6	480 (4 סמסטרים)	1.* אנליסה
4	80	2.* משוואות דיפרנציאליות רגילות
4	80	3.* פונקציות ממשיות
4	80	4.* פונקציות מורכבות
6	240 (2 סמסטרים)	5.* אלגברה ליניארית
4	80	6.* אלגברה
6	120	7.* גיאומטריה אנליטית
4	80	8. גיאומטריה פרויקטיבית
4	80	9. גיאומטריה דיפרנציאלית
4	80	10. טופולוגיה
5	100	11.* תורת ההסתברות וסטטיסטיקה
4	80	12. אלגברה בוליאנית
4	80	13. תכנון לינארי
6	240 (2 סמסטרים)	14.* פיסיקה כללית
4	80	15.* מכניקה תיאורטית
4	80	16.* מתמטיקה אלמנטרית
4	80	17.* דידקטיקה של המתמטיקה
2	40	18. פסיכולוגיה
3	60	19.* פדגוגיה
	120 (לפחות)	20. לימודי בחירה
5	400 (4 סמסטרים)	21.* אנגלית
2	160 (4 סמסטרים)	22.* פוליטיקה
2	160 (4 סמסטרים)	23. ספורט
4 שבועות		24.* הכשרה מעשית
		25.* עבודת גמר

רשימת קורסים זאת היא של תוכנית הלימודים הארבע שנתית של האוניברסיטאות ובתי הספר הגבוהים הפדגוגיים. המקצועות אשר לידם מסומנת כוכבית הם המקצועות החשובים בהם ניתן ציון מספרי בין 0% ל-100%, בעוד שליתר המקצועות ניתן ציון "עובר" או "נכשל". אורך הסמסטר הוא 20-21 שבועות.

#### 4. רשימת ספרות

[1] Wang, Lin Quan. Chinese Advancements in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* 23, no. 3 (1992): 287-298.

[2] משרד החינוך של סין. בחינת הכניסה לאוניברסיטאות, 1991.

[3] אוניברסיטאות שדונג למורים, המחלקה למתמטיקה, רשימת הקורסים.