

# המרכז הארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لعلمي الرياضيات للمرحلتين الاعدادية والثانوية



## רצפי הוראה המבוססים על הצמחת בעיות מתוך בעיות

גילה רון

יום עיון: ללמוד וללמד אנליזה - ספר למורה כמשאב להוראה בכתה

# מה לפנינו?

- דוגמה קצרה של העלאת שאלות בעקבות חקירת פונקציה.

- התנסות במחשב עם דוגמה נוספת.

הדגמה של העלאת שאלות בעקבות פתרון בעיית ערך קיצון.



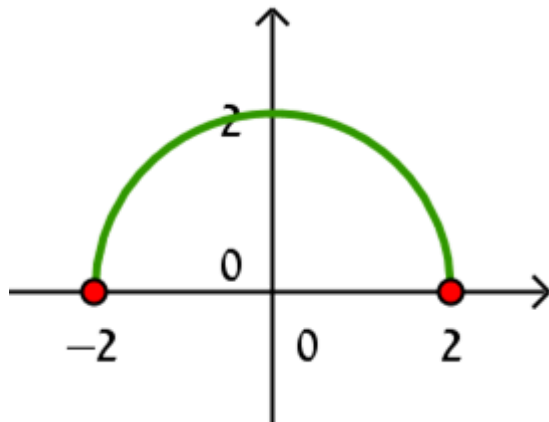
# נתחיל מבעיית מוצא



עמ' 345

• חקרנו את הפונקציה  $y = \sqrt{4 - x^2}$

• מצאנו



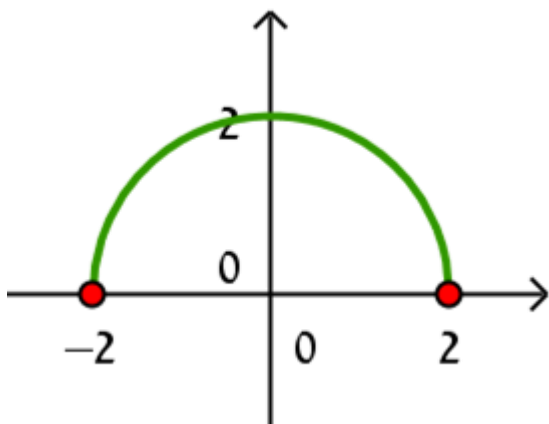
גרף הפונקציה הוא חלק מהמעגל:

$$x^2 + y^2 = 4$$



# שאלות אפשריות על פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

$$y = \sqrt{4 - x^2}$$

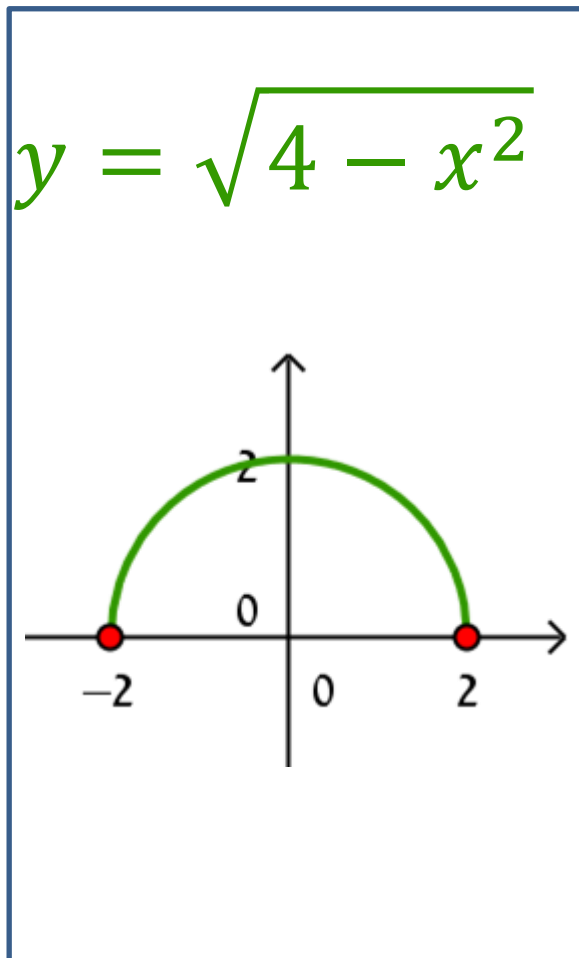


• האם כל גרף של פונקציה כזו הוא חלק ממעגל?

• האם, בכל מקרה שתחום ההגדרה הוא קטע, גרף הפונקציה הוא חלק ממעגל?



# שאלות אפשריות על: פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

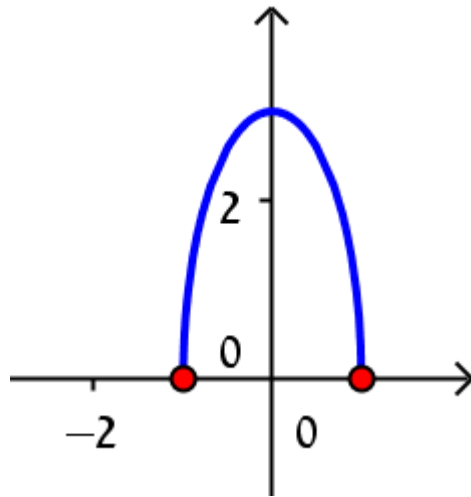


- א-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חצי אליפסה.
- ב-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חצי מעגל שאינו חותך את ציר ה- $y$ .
- ג-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה מכיל נקודה אחת בלבד.
- ד-** הביאו, אם אפשר דוגמה לפונקציה שהגרף שלה מכיל בדיוק שתי נקודות.
- ה-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה מוגדרת לכל  $x$ .
- ו-** הביאו דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חצי היפרבולה.



# שאלות אפשריות על פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

**-א** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חצי אליפסה.

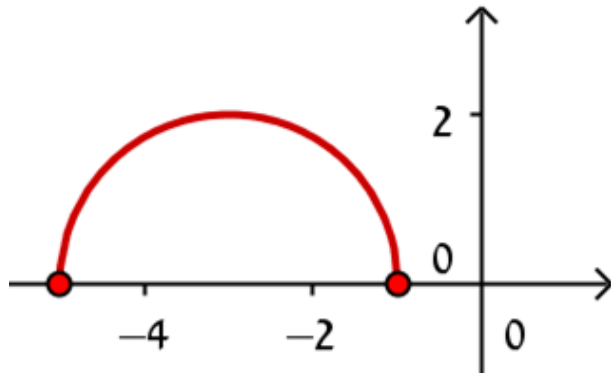


$$y = \sqrt{9 - 9x^2}$$



# שאלות אפשריות על פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

**ב-** הביאו דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חצי מעגל שאינו חותך את ציר ה- $y$ .

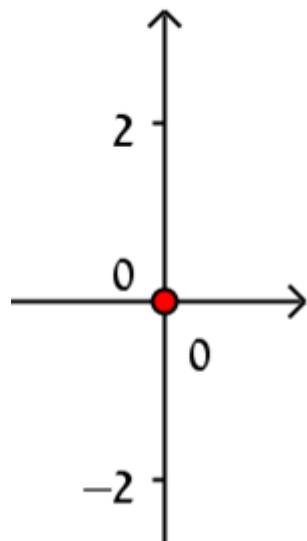


$$y = \sqrt{-x^2 - 6x - 5}$$



# שאלות אפשריות על: פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

**ג-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה מכיל נקודה אחת בלבד.



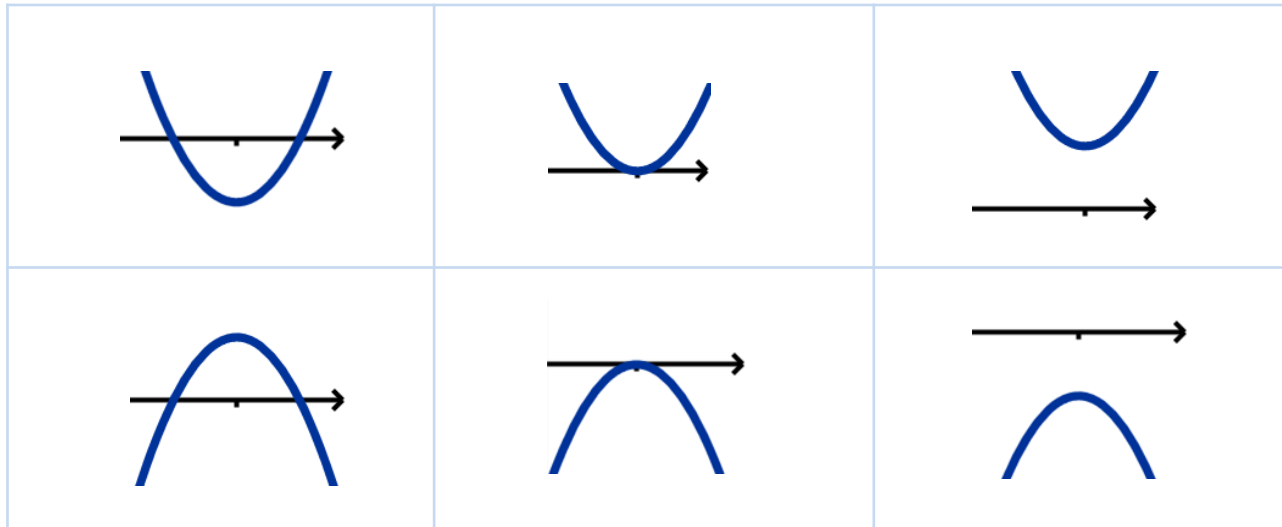
$$y = \sqrt{-x^2}$$





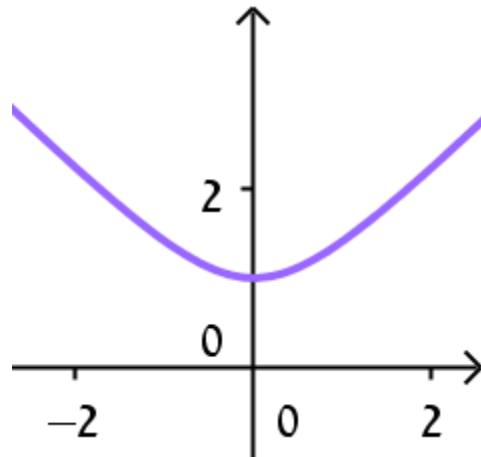
# שאלות אפשריות על: פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

**ד-** הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה שהגרף שלה מכיל בדיוק שתי נקודות. **אי אפשר!**



שאלות אפשריות על: פונקציה ממעלה שנייה  $y = \sqrt{\quad}$

ה- הביאו, אם אפשר, דוגמה לפונקציה מוגדרת לכל  $x$ .

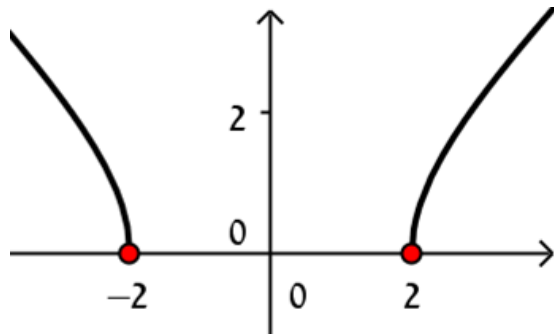


$$y = \sqrt{1 + x^2}$$

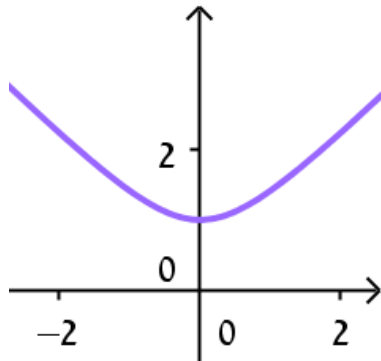


# שאלות אפשריות על: פונקציה ממעלה שנייה $y = \sqrt{\quad}$

- הביאו דוגמה לפונקציה שהגרף שלה הוא חלק מהיפרבולה.



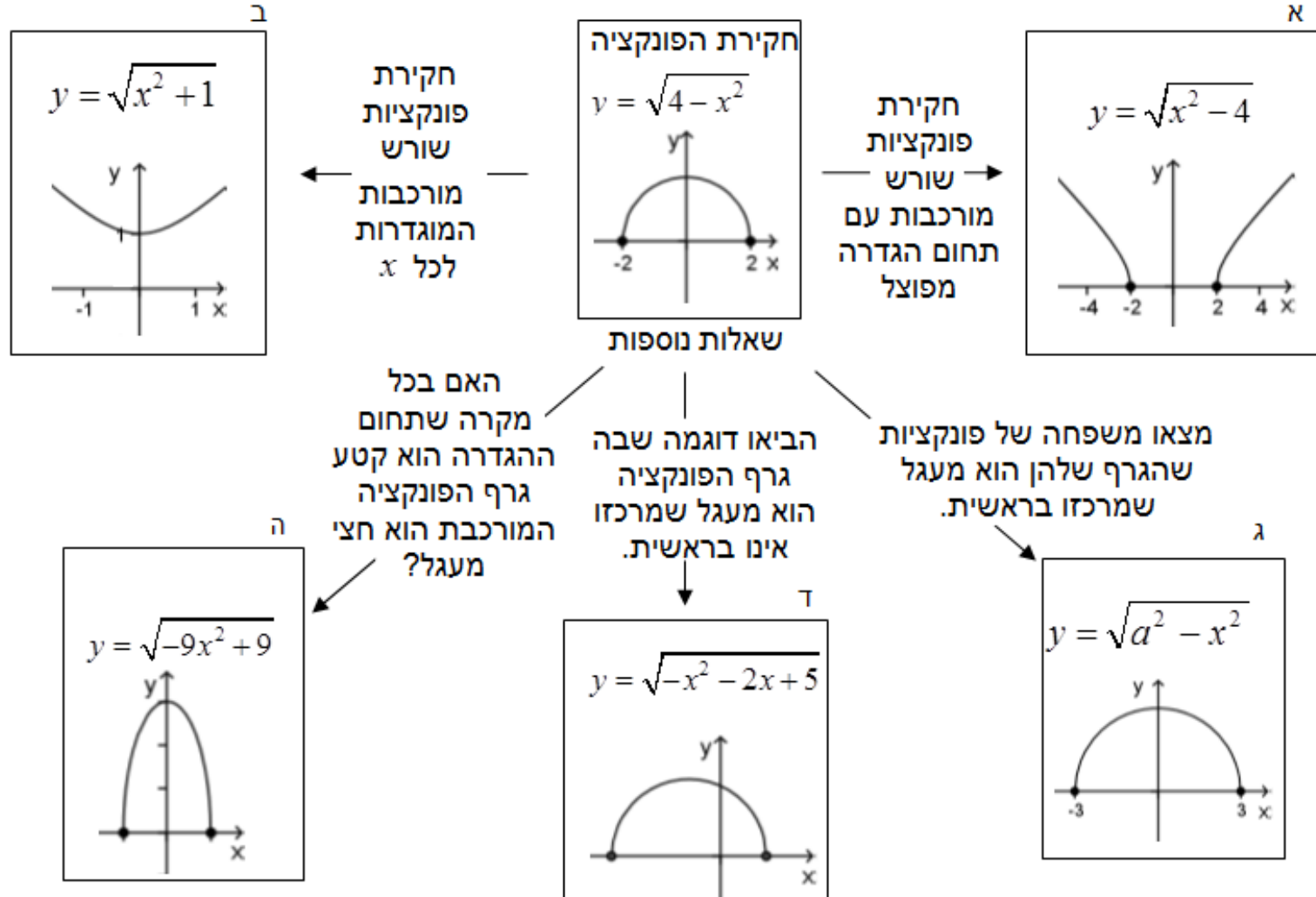
$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$



$$y = \sqrt{1 + x^2}$$



# פונקציה ממעלה שנייה



עמ' 345



רצפי הוראה המבוססים על הצמחת בעיות מתוך בעיות אחרות/ גילה רון  
 יום עיון: ללמוד וללמד אנליזה - ספר למורה כמשאב להוראה בכתה

המרכז הארצי למורים למתמטיקה  
 בחינוך העל יסודי  
 المركز القطري لعلمي الرياضيات للمرحلتين الاعدادية والثانوية



# מה עוד הדוגמה מדגימה?

בספר השאלות נשאלות קצת אחרת  
שינוי קטן בניסוח השאלות יוצר חיבור בין חקירת  
פונקציות לבין גאומטריה אנליטית  
...בקרוב בכתה י"א...



# בעיית מוצא

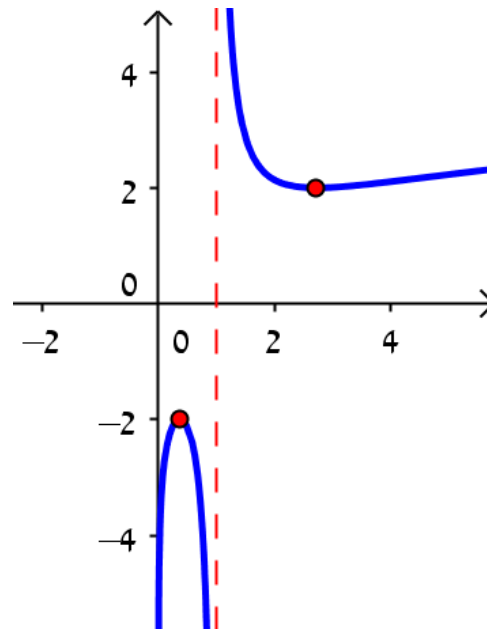
• נחקור את הפונקציה  $y = \frac{\ln^2 x + 1}{\ln x}$

(ללא פיתול וסוגי קעירות)



# בעיית מוצא

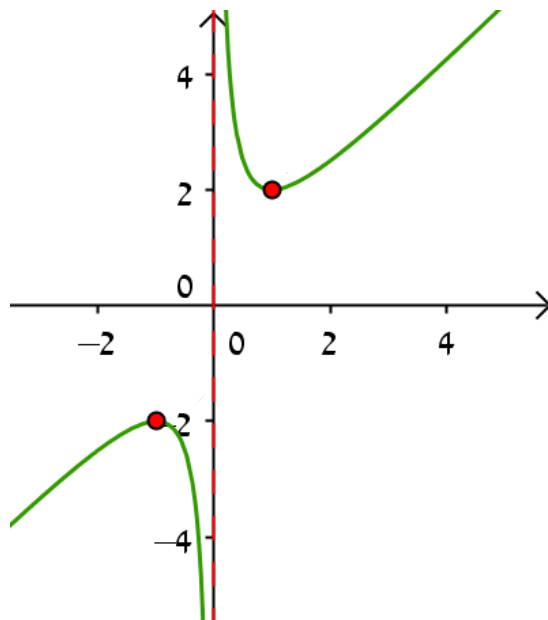
• נחקור את הפונקציה  $y = \frac{\ln^2 x + 1}{\ln x}$



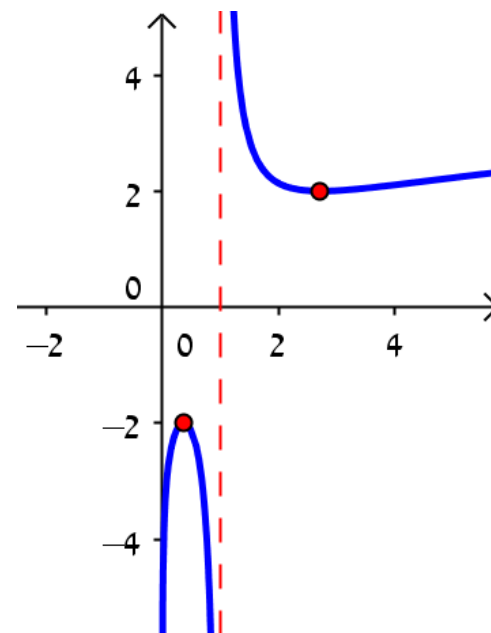
# נשים לב לדמיון בין הגרפים של הפונקציות

האם לה מקרי?

$$y = x + \frac{1}{x}$$



$$y = \frac{\ln^2 x + 1}{\ln x}$$



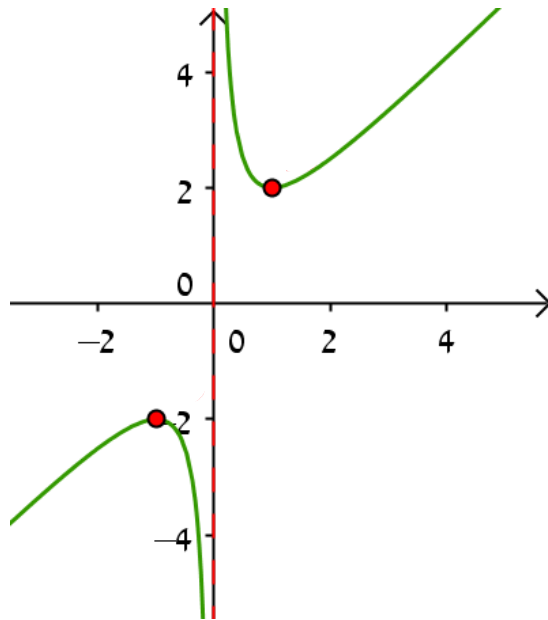


# נשים לב לדמיון בין הגרפים של הפונקציות

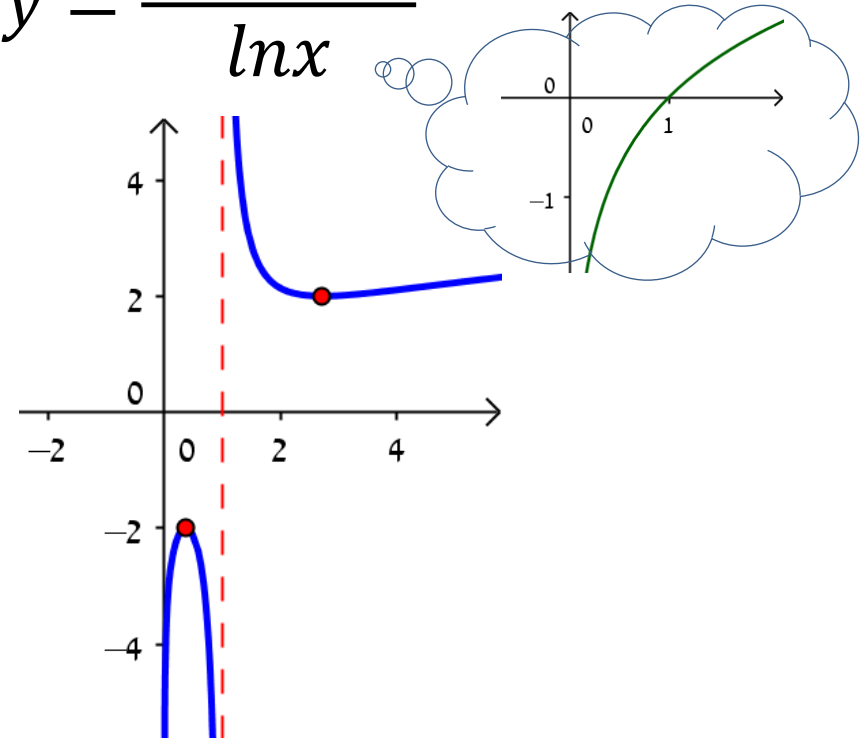
האם לה מקרי?

$$\ln x + \frac{1}{\ln x}$$

$$y = x + \frac{1}{x}$$



$$y = \frac{\ln^2 x + 1}{\ln x}$$



$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

נחקור פונקציות נוספות מהמשפחה

למשל

$$y = e^x + \frac{1}{e^x}$$

$$y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$



$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

# העלאת שאלות נוספות

לכל אחת מהדרישות הבאות, נסו למצוא פונקציה

מהמשפחה  $y = f(x) + \frac{1}{f(x)}$  שמקיימת אותה.

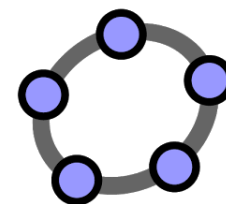
- מוגדרת ב-  $x = 0$ .
  - בעלת נקודת מינימום שבה  $y = 1$ .
  - בנקודת המינימום שלה  $y \neq 2$ .
  - בעלת שתי נקודות מינימום.
  - פונקציה זוגית / אי-זוגית / מחזורית / ...???
- אם אי אפשר – ננסה להסביר מדוע.



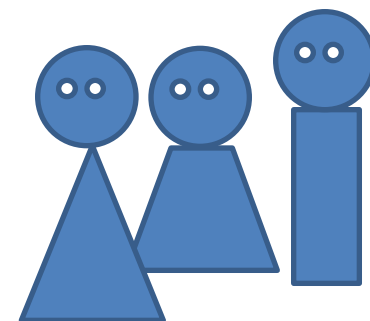
$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

תוכלו לענות על השאלות ולהעלות שאלות נוספות  
באמצעות הקובץ:

קובץ לסדנה - החלפת פונקציה פנימית

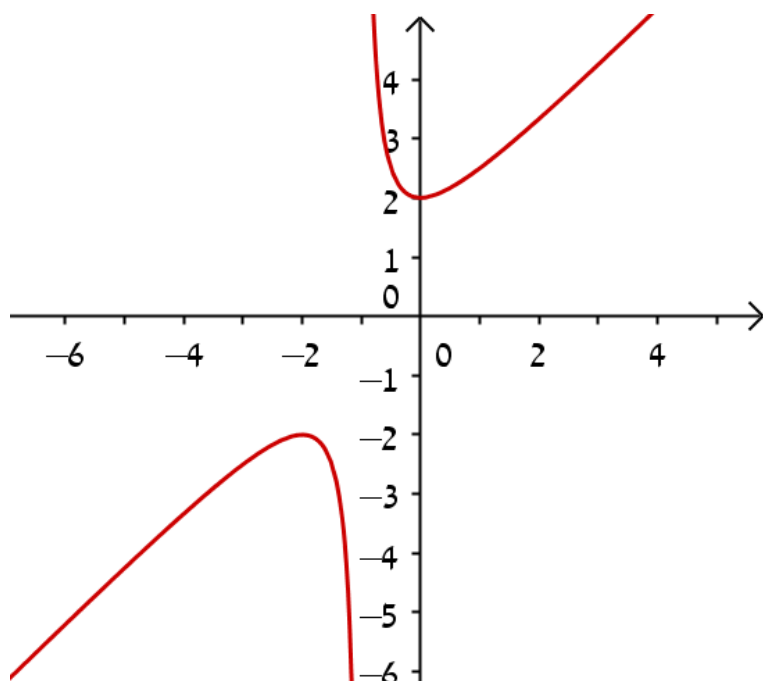


- האם ניגשנו מיד למחשב?
- האם ניסינו לשער?
- האם חקרנו באמצעות כלים אנליטיים?



$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

מוגדרת ב-  $x = 0$



$$y = (x + 1) + \frac{1}{x + 1}$$

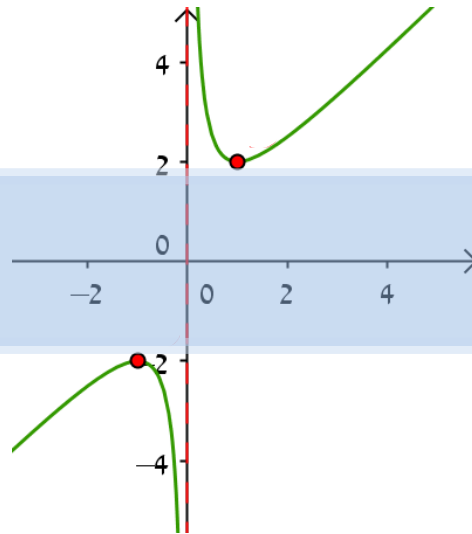


$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

בעלת נקודת מינימום שבה  $y = 1$

$$y = x + \frac{1}{x}$$

לא קיימת פונקציה כזו. מדוע?



$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

בנקודת המינימום שלה  $y \neq 2$





$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

זוגית

כל פונקציה שבה הפונקציה הפנימית זוגית.

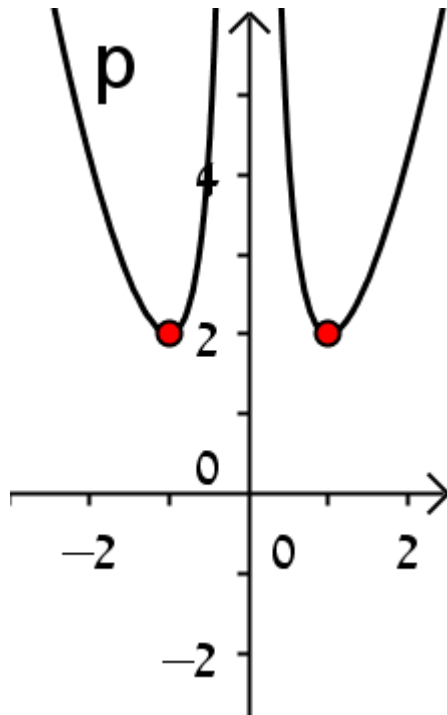
וגם:

$$y = e^x + \frac{1}{e^x}$$



$$y = \text{😊} + \frac{1}{\text{😊}}$$

בעלת שתי נקודות מינימום



$$y = x^2 + \frac{1}{x^2}$$



# מה הדגימו הדוגמאות?

- רצפי הוראה שבהם שאלות צומחות מתוך שאלות קודמות.
- התלמידים שותפים בהעלאת השאלות.
- דוגמאות **שנלקחו** מהספר.
- דוגמאות **שניתן ליצור** ברוח הספר.

