

**"קשר-חם": לקידום שיפור וריענון החינוך המתמטי**

## **האתגר 2002 – בעיית החופש מס' 59**

הוכן ע"י: "קשר חם", המרכז הארצי לקידום שיפור וריענון החינוך המתמטי, שנה"ל תשס"ב

תקציר: בחומר מוצגות פעילויות מתמטיות שונות הקשורות למספר 2002: זיהוי מספרים פלינדרומיים בתאריכים של שנים שונות, קבלת המספר 2002 באמצעות כל הספרות 0-9 בדרכים שונות – תוך שימוש בפעולות שונות, וגילוי הספרות בתרגיל חיבור שבו כל ספרה התחלפה באות כד שהסכום 2002. מצורף פתרון מפורט לבעיה.

מילות מפתח: פעולות חשבון, מספרים טבעיים, חיבור, חיסור, כפל, חילוק, סוגריים, סדר פעולות חשבון, מספר פלינדרומי, פלינדרום, שעשועים.


החומר מכיל בנוסף לעמוד הפתיחה: 4 עמודים.

# בעיית

## החופש



2002



$\pi$

$\Sigma$

$\sqrt{a}$

**בעיה**

**לחופשה**

שנת הלימודים תשס"ב עומדת להסתיים, אך לא כן שנת 2002. לפניכם כמה אפשרויות להשתעשע עם המספר 2002.

1. למספר 2002 יש תכונה מעניינת. אם נקרא את ספרותיו מימין לשמאל או משמאל לימין, נקבל אותו המספר. מספרים אלה נקראים בשם 'מספרים פלינדרומים', לכן, נכנה שנה זו בשם 'שנה פלינדרומית'. תנו דוגמאות לשנים פלינדרומיות שחלו בעבר ולשנים פלינדרומיות אשר תחולנה בעתיד.
2. בשנת 2002 ניתן היה למצוא גם 'תאריך פלינדרומי': 20.02.2002. א. האם בשנת 2002 חלו תאריכים פלינדרומיים נוספים? אם כן – רישמו דוגמאות, אם לא – נמקו מדוע.  
ב. האם במאה ה-21 יחולו תאריכים פלינדרומיים נוספים? אם כן – רישמו דוגמאות, אם לא – נמקו מדוע.
3. האם בכל אחת מהשנים במאה ה-21 חל תאריך פלינדרומי:  
א. אחד לפחות? ב. יותר מאחד?  
נמקו תשובתכם.
4. את המספר 2002 ניתן לבנות בעזרת הספרות 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 בדרכים שונות. לדוגמא:  

$$12 \cdot 3 + 4 + (5 \cdot 6 \cdot 7 + 8) \cdot 9 + 0 = 2002$$

$$(-1 + 23 + 4) \cdot (5 - 6 + 78) + 9 \cdot 0 = 2002$$
עליכם לנסות למצוא דרכים נוספות, בהתאם לכללים הבאים:  
א. יש לשמור על סדר הספרות 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ולהשתמש בכל אחת מהן פעם אחת בדיוק.  
ב. מותר להשתמש בסוגריים ובפעולות חיבור, חיסור, כפל, חילוק, חזקה ושורש.  
ג. מותר לצרף ספרות זו לזו (כמו 78, 456 וכד').

5. בתרגיל חיבור זה כל אות מייצגת סיפרה, ואותיות שונות מייצגות ספרות שונות. איזו ספרה מייצגת כל אות?  

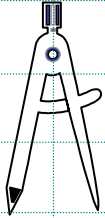
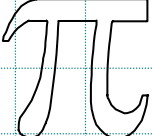
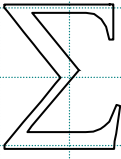
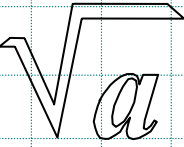
$x$	$y$	$z$	$w$	
	$x$	$y$	$z$	
+		$x$	$y$	
			$x$	
	2	0	0	2

# בעייה

## החודש



### 2002





<b>פתרון</b>
<b>לחופשה</b>

1. שנים פלינדרומיות שחלו בעבר :

11 , 22 , 33 , 44 , 55 , 66 , 77 , 88 , 99  
 101 , 111 , 121 , 131 , ..., 191 , 202 , 212 , 222 , ... 292 , 303 , 313 ;  
 ... 393 , ... 999  
 1001 , 1111 , 1221 , 1331 , 1441 , 1551 , 1661 , 1771 , 1881 , 1991  
 : שנים פלינדרומיות שתחולנה בעתיד :  
 2112 , 2222 , 2332 , 2442 , 2552 , 2662 , 2772 , 2882 , 2992 , 3003 ,  
 3113 , 3223 , ...

2. א. בשנת 2002 לא ניתן למצוא תאריכים פלינדרומיים נוספים. התאריך הפלינדרומי מסתיים בארבע הספרות 2002, המציינות את השנה, ועליו להתחיל בארבע ספרות אשר תציינה את היום ואת החודש (שתי ספרות לכל אחד מהם). לכן, בהכרח ארבע ספרות אלו הן הספרות 2002. מכאן שהתאריך 20.02.2002 הוא התאריך הפלינדרומי היחיד בשנה זו.

ב. במאה ה- 21 חלים 29 תאריכים פלינדרומיים :

10.02.2001 ; 20.02.2002 ; 01.02.2010 ; 11.02.2011 ; 21.02.2012 ;  
 02.02.2020 ; 12.02.2021 ; 22.02.2022 ; 03.02.2030 ; 13.02.2031 ;  
 23.02.2032 ; 04.02.2040 ; 14.02.2041 ; 24.02.2042 ; 05.02.2050 ;  
 15.02.2051 ; 25.02.2052 ; 06.02.2060 ; 16.02.2061 ; 26.02.2062 ;  
 07.02.2070 ; 17.02.2071 ; 27.02.2072 ; 08.02.2080 ; 18.02.2081 ;  
 28.02.2082 ; 09.02.2090 ; 19.02.2091 ; 29.02.2092

3. כפי שניתן לראות מתוך התשובה לשאלה מס' 2ב', לא בכל שנה חל תאריך פלינדרומי, ובשנים בהן חל תאריך כזה, הוא יחיד.

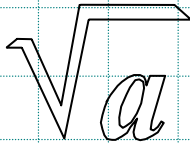
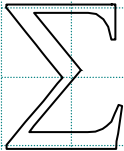
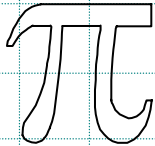
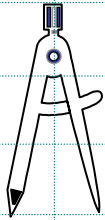
א. נשים לב לכך שבחלק מהחודשים יש 31 ימים, בחלק מהם 30 ימים, ובפברואר 28 ימים. הסיבה לכך שלא בכל שנה חל תאריך פלינדרומי נעוצה בעובדה שאת הימים יש לרשום 01, 02, 03, ..., 29, 30, 31, ואת החודשים : 01, 02, ..., 10, 11, 12. כדי שנקבל תאריך פלינדרומי, ארבע הספרות הראשונות של התאריך צריכות להיות זהות לספרות המופיעות בשנה בה מחפשים תאריך זה, אולם רשומות בסדר הפוך. כל שנה במאה ה-21 מתחילה בספרות 20. לכן, התאריכים הפלינדרומים יחולו בחודש פברואר בלבד (02). נתבונן בשתי הספרות האחרונות של השנה. קריאת שתי ספרות אלו במהופך צריכה לתת את היום בתאריך הפלינדרומי. מסיבה זו לא ניתן למצוא תאריכים פלינדרומיים בשנים המסתתימות, למשל, בספרות 14, 15, 16, שכן, במקרה זה היום בחודש צריך להיות 41, 51, 61.

השלימו בדרך זו את השנים הנוספות בהן לא חל תאריך פלינדרומי.

# בנייה

## החודש

### 2002 -



**פתרון**

**לחופשה**

3. ב. ההסבר לכך שתאריך זה הוא יחיד מופיע בתשובה לשאלה 2א', בעזרת הדוגמא של התאריך הפלינדרומי החל בשנת 2002.

4. דרכים נוספות לבניית המספר 2002, בעזרת הכללים שצויינו:

$$\begin{aligned} (1 + 2 \cdot 3 + 4 + 5 + 6) \cdot (-7 + 8 + 90) &= 2002 & (-12 + 34) \cdot ((5 - 6) : (7 - 8) + 90) &= 2002 \\ (-1 + 23 \cdot 4) \cdot (5 \cdot 6 - 7 + 8 - 9 + 0) &= 2002 & (1 \cdot 2 + 3 \cdot 4) \cdot (56 + 78 + 9 + 0) &= 2002 \\ (-1 + 23 \cdot 4) \cdot (-56 + 78) + 9 \cdot 0 &= 2002 & 1 \cdot 2 (3 + 4) \cdot (56 + 78 + 9 + 0) &= 2002 \\ -12 + 34 + (-56 + 78) \cdot 90 &= 2002 & -1 - 2 + 345 \cdot 6 + 7 - 8 \cdot 9 + 0 &= 2002 \\ (123 + 4 \cdot 5) \cdot (6 + 7 - 8 + 9) + 0 &= 2002 & (-1 + 23) \cdot (-4 + 5 - 6 + 7 + 89 + 0) &= 2002 \\ -1 + 2 + 345 \cdot 6 - 78 + 9 + 0 &= 2002 & -1 + 2 + 3 + (4 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 8) \cdot 9 + 0 &= 2002 \\ (-12 + 34) \cdot (56 : 7 : 8 + 90) &= 2002 & 12 : 3 + (4 + 5 \cdot 6 \cdot 7 + 8) \cdot 9 + 0 &= 2002 \end{aligned}$$

5. ערכו של  $x$  יכול להיות 1 או 2. את 2 ניתן לפסול באופן מידי, שכן אז

נקבל בעמודת המאות  $y + 2 = 0$ , וזה לא יתכן. לכן, ברור ש-  $x = 1$  ובעמודת המאות מתקבל:  $y + 1 = 10$ .

מקרה א':  $y = 9$

מצב זה איננו אפשרי, שכן בעמודת העשרות נקבל סכום של 10 לפחות, ולכן יעבור לעמודת המאות, והסכום בעמודה זו לא יסתיים ב-0.

מקרה ב':  $y = 8$

הספרות שונות זו מזו וידוע  $x = 1$ . מעמודת העשרות נובע  $z \neq 1$  ובהכרח:  $z = 0$ .

נציב במקרה ב'  $z = 0$  ונקבל  $w = 3$ .

לסיכום:  $x = 1; y = 8; z = 0; w = 3$

$$\begin{array}{r} 1 \ 8 \ 0 \ 3 \\ \phantom{1} \ 8 \ 0 \\ + \phantom{1} \ 1 \ 8 \\ \hline \phantom{1} \phantom{8} \ 1 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 8 \ z \ w \\ \phantom{1} \ 8 \ z \\ + \phantom{1} \ 1 \ 8 \\ \hline \phantom{1} \phantom{8} \ 1 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 9 \ z \ w \\ \phantom{1} \ 9 \ z \\ + \phantom{1} \ 1 \ 9 \\ \hline \phantom{1} \phantom{9} \ 1 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

מקרה ב'

מקרה א'