

האם הכדורגל הוא עגול?

התבוננו בכדורגל.
מאילו מצולעים הוא מורכב? מה תוכלו לומר על תכונותיהם? הכדורגל בנוי ממחומשים ומשושים משוכללים. גוף כזה נקרא **פאון משוכלל למחצה.**
אך מהם הגופים המשוכללים? ומה מיוחד בהם? מהם גופים משוכללים למחצה?

א. הגופים המשוכללים

ראשית נכיר את **חמשת הגופים המשוכללים**, הידועים **כגופים האפלטונים**.

חמשת הפאונים האפלטוניים

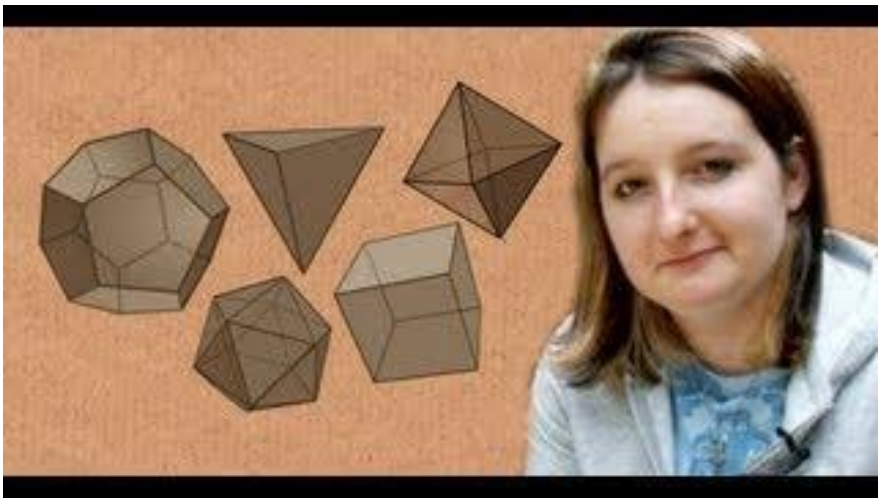


איקוסהדרון	דודקהדרון	אוקטהדרון	הקסהדרון	טטרהדרון
(עשרימון - 20 פאות)	(תריסרון - 12 פאות)	(תמניון - 8 פאות)	(קובייה - 6 פאות)	(ארבעון - 4 פאות)

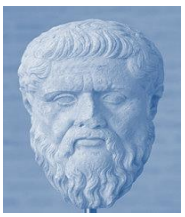
מתוך ויקפדיה

מה מייחד את **הגופים המשוכללים**?
1. כל הפאות בגוף חופפות.
2. בכל קודקוד נפגשים אותו מספר של פאות.

צפו בסרטון **חמשת הגופים המשוכללים** מאת numberphile. הכירו את הגופים ושאלו את עצמכם מדוע קיימים אך ורק חמישה גופים משוכללים?



תוכלו גם לצפות בסרטון תלת מימד על חמשת הגופים המשוכללים. הצטיידו במשקפיים מיוחדות.



רגע של היסטוריה
הגופים המשוכללים הקסימו את בני האדם בכל הדורות בזכות יופיים הסימטרי וגם בזכות התכונות המתמטיות המיוחדות שלהם. המצרים הקדמונים השתמשו בחלק המגופים המשוכללים בבנייני הפאר שלהם וחכמי יוון ובעיקר הפיתגוראים חקרו אותם במשך מאות שנים. אפלטון, הפילוסוף והמדען (348-427 לפנה"ס) כתב עליהם בהרחבה ולכן נקראים הגופים - גופים אפלטוניים. הוא ייחס ארבעה מן הגופים המשוכללים לארבעת היסודות - אדמה, מים, אויר ואש והגוף החמישי קשור ליקום כולו או לכח עילאי.

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il

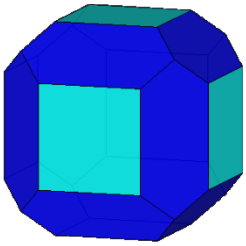
בפעילות האינטראקטיבית הבאה תוכלו לצפות באנימציה תלת מרחבית של חמשת הגופים ולסובב אותם בעצמכם. ניתן גם לסמן את הפאות ולספור אותן (F-faces) , את הקודקודים (V-vertices) ואת המקצועות (E-Edges).
באפשרותכם גם להדפיס את **הפריסות** ולבנות את הגופים.

השלימו את הטבלה האינטראקטיבית ובדקו תשובותכם.

פיאון Polyhedron		F	V	E	צורת הפאה	מספר הפאות הנפגשות בכל קודקוד
ארבעון						
קובייה						
תמניון						
תריסריון						
עשרימון						

מצאו קשרים אפשריים בין מספר הפאות (F) , מספר הקודקודים (V) ומספר המקצועות (E).

ב. מהם גופים חצי משוכללים ? ואיזה גוף הוא הכדורגל?



תרגיל בדמיון-
בפניכם קובייה. כעת נסו לדמיין שקוטמים כל פינה בקובייה, איזה גוף נקבל ?
אילו מצולעים תקבלו בכל פינה? כמה מצולעים כאלה יהיו בגוף החדש?
האם בגוף הקטום יהיו גם מצולעים אחרים כמה?
ראו **אנימציה**.

ראו גם פיצוח "**לחתוך את הקוביה**" בו תוכלו להתנסות בעזרת יישומון בחיתוך הקובייה.

גוף חצי משוכלל הוא גוף שכל פאותיו מצולעים משוכללים (מסוגים שונים) ומכל אחד מקדקודיו יוצא אותו מספר מקצועות (צלעות)

ארכימדס חקר את הגופים הקטומים של הגופים המשוכללים וקיבל אוסף חדש של 12 גופים חצי משוכללים, הידועים **פיאונים ארכימדים**. המפורסם שבהם הוא **העשרימון הקטום, הוא הכדורגל**.
קראו מאמר באלף אפס בנושא, אל תקלקל לי את המעגל, זיוה דויטש ועקיבא קדרי.

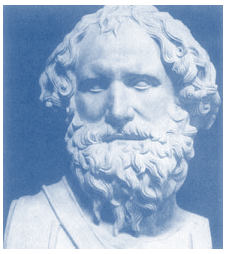
מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il

ראו סרטון מאת NuberPhile על העשרימון הקטום, הוא הוא ה**כדורגל** !
שימו לב כמה פיאות לכדורגל ומהן תכונותיהן?

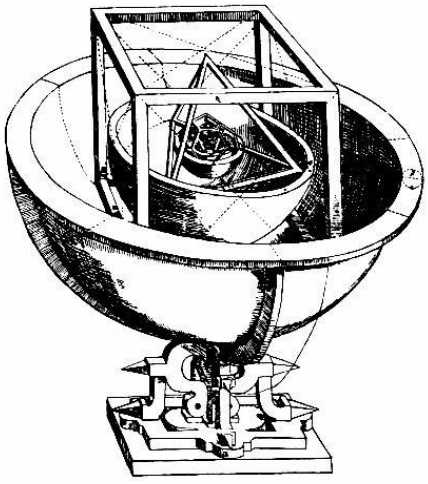


בנו לעצמכם כדורגל מנייר.

רגע של היסטוריה



בערך באותו זמן שאפלטון כתב על חמשת הגופים המשוכללים, **ארכימדס** חקר גם הוא את הגופים. ארכימדס חי במאה השלישית לפה"ס והיה מתמטיקאי, פיסיקאי, מהנדס ונחשב לגדול המדענים בעת העתיקה. הוא גילה תכונה ייחודית בגופים המשוכללים, תכונת הדואליות וגילה גופים חדשים הנקראים פיאונים ארכימדים. גם גופים אלו מורכבים מפיאות של מצולעים משוכללים בלבד אך מכילים שניים או יותר של סוגי מצולעים ונקראים גם גופים חצי משוכללים..
קראו עוד על ארכימדס ותגליותיו בפיצוח "**מעגלי ארכימדס**"



האם הכדורגל הוא עגול ? גופים משוכללים וחצי משוכללים

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il

ג. האם גם אויילר שיחק בכדורגל ?

אוילר מתמטיקאי ידוע מהמאה ה-18 , חקר את הפאונים ותכונותיהם בבעיות שעסקו בהן כבר היוונים הקדמונים, וגילה תובנה שחמקה מעיני המתמטיקה במשך אלפיים שנים לערך, **נוסחת אוילר**. הוא גילה קשר מספרי בין מספר מספר הפאות (F) , מספר הקודקודים (V) ומספר המקצועות (E).

$$F-E+v=2$$

אולי כבר גיליתם בעצמכם?

קראו עוד על הגופים האפלטוניים, נוסחת אוילר לפאונים, וכדורגל בבלוג "לא מדויק".

רגע של היסטוריה



ליאונרד אוילר (1783 – 1707) הוא המתמטיקאי הפורה והשופע ביותר בכל ההיסטוריה של המתמטיקה. הוא כתב 868 מאמרים וספרים, רובם בגיל מבוגר ובהיותו עיוור. הוא נחשב בצדק לגדול מפתחי המתמטיקה שקמו לה במאה ה-18. הוא פעל בכל כיוון של המתמטיקה – טהורה ושימושית, שהיה קיים אז והיה שותף פעיל לפיתוח של תחומים חדשים כגון חשבון וואריאציות וטופולוגיה. שפע יצירותיו – 'העולם של אוילר' – עיצבו את פניה ואופייה של המתמטיקה בכל הדורות מאז ועד היום. מתוך אוילר וגאוס ביצירתם ובחייהם- אלה שמוקלר, קשר ח"ם

נשאלת השאלה האם הכדורגל וגופים אחרים גם הם מקיימים את נוסחת אוילר?

בדקו בעצמכם את הנוסחה עבור הכדורגל, העשרימון הקטום, וצפו בסרטון.



קראו עוד על נוסחת אוילר (באנגלית).

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il

ד. הכדורגל בחלל

רגע של היסטוריה ...ממש קרובה.

בשנת 1996 הוענק פרס נובל לכימיה לשלושה כימאים,קרוטו, קארל, וסמאלי על תגליתם של הפולרנים, מולקולות של פחמן טהור שחלקם מסודרים ככדורים, "כדורי באקי". היחוד של התגלית היה לא רק בהדגמת קיומו של הפולרן, אלא גם בכך שהסתבר שאטומי הפחמן נוטים להסתדר באופן טבעי במבנה זה.

טלסקופ החלל שפיצר של נאס"א גילה לראשונה בחלל חלקיקים בצורה של כדורגל (buckyball) הנקראים פולרון, פחמן 60. הצורה שיוצרים 60 אטומי פחמן ב C_{60}- היא פאון ארכימדס הקרוי "איקוסהדרון קטום",הבנוי ממחומשים ומשושים בדומה לכדורגל. האסטרונומים גילו כדורים זעירים אלו סביב כוכב חם קטן הרחוק 6500 שנות אור מכדור הארץ, בכמות היכולה ליצור 10,000 הרי אוורסט...

שימושי כדורי הפחמן 60

כדורי הפולרנים ידועים בתכונות החוזק שלהם (חזקים יותר מיהלום), בגמישות , עמידות לחום ומוליכות גבוהה. במהלך העשור האחרון, התכונות הפיזיקאליות והכימיות של פולרנים , היו נושא חם בשדה המחקר והפיתוח. נמצאו שימושים רבים לפחמן 60 בתחום הרפואה, הננוטכנולוגיה ועוד. הפחמן 60 מהווה בסיס ליצירת חומרים קלים וחזקים - דבר השימושי בשביל בנייה של שכפ"צים, אופניים ומטוסים - ואף מדברים על בנייה של 'מעלית לחלל החיצון' המבוססת על ננו צינורות.

לכתבה: Tiny 'Soccer Ball' Space Molecules Could Equal 10,000 Mount Everests
לסרטון:



ה. ולקינוח...הכדורגל במונדיאל

,צפו בסרטון



מקורות נוספים:

מצגת על הגופים האפלטונים והארכמדיים ועוד מאת ענת קלמר.

בנה בעצמך גופים משוכללים (בעזרת קיפול וללא דבק), שמואל אביטל, קשר חם.

למה קיימים רק 5 פאונים משוכללים? כיתהפיתה

הגופים האפלטוניים, נוסחת אוילר לפאונים, וכדורגל, רשומה מאת גדי אלכסנדרוביץ' בבלוג לא מדויק

יחידה מתוקשבת לחקר גופים – רוממידע, ביס רוממה, חיפה. היחידה כוללת רקע היסטורי, רקע מתמטי ודפי עבודה לחקר וגילוי.

אנימציות של גופים

הסברים ואנימציות על גופים חצי משוכללים (באנגלית)

אוילר וגאוס ביצירתם ובחייהם- אלה שמוקלר, קשר ח"ם

הכדור הוא עגול (כלומר, בערך) – מחווה מולקולרית למונדיאל , הידען.

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי - הפקולטה לחינוך, אוניברסיטת חיפה, חיפה 31905
דוא"ל: hmathcntr@edu.haifa.ac.il אתר: http://highmath.haifa.ac.il