מדינת ישראל
משרד החינוך והתרבות

סוג הבחינה: בגרות לבתי-ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשמ"ח, 1988
מספר השאלון: 916251, 916211
נספת: דפי נוסחות ל 4-5 יח"ל, תכנית חדשה

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד

(תכנית חדשה)

מבנה הבחינה: בבחינה זו שני חלקים.

חלק א	- שלוש שעות	-	60 נקודות
חלק ב	- שעתיים	-	40 נקודות
סה"כ	- חמש שעות	-	100 נקודות

חלק א

הוראות לנבחן

א. **משך הבחינה:** שלוש שעות.

ב. **מבנה השאלון ומפתח ההערכה:** בחלק זה שני פרקים.

פרק ראשון - אלגברה, הנדסת המישור - (10x3) - 30 נקודות
פרק שני - חשבון דיפרנציאלי, טריגונומטריה - (10x3) - 30 נקודות
סה"כ - 60 נקודות

ג. **חומר עזר מותר בשימוש:**

1. מחשבון (המבחן תוכנן כך שלשימוש במחשבון משוכלל אין יתרון משמעותי).
2. לוחות לוגריתמים מאושרים ע"י משרד החינוך והתרבות.
3. דפי נוסחות (מצורפים).

ד. **הוראות מיוחדות:**

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את התרגיל המתאים, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
   הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, באופן מפורט ובצורה ברורה ומסודרת. תוסר פירוט עלול לפגוע בציון שתקבל על השאלה.
3. שמור את דפי הנוסחות לשימוש נוסף בחלק ב' של הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונך לכתוב בטיוטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה) רישום טיוטות כלשהן על דפים מחוץ למחברת עלול לגרום לפסילת הבחינה! רשום "טיוטה" בראש כל עמוד טיוטה.
ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

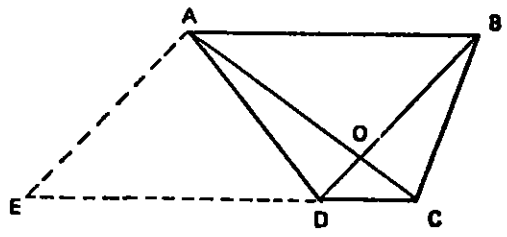
מתמטיקה, קיץ תשמ"ח, מס' 916251, 916211
+ נספח חלק א'

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון - אלגברה, הנדסת המישור (30 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 1-5 (ולכל שאלה - 10 נקודות).

1. בטרפז ABCD (AB∥CD),
$AB = m \cdot CD$ (m>1)
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.
דרך הנקודה A מעבירים מקביל ל BD,
החותך את המשך הצלע CD
בנקודה E (ראה ציור).
נסמן את שטח המשולש DOC ב s.



א. הבע את שטח הטרפז ABCE באמצעות m ו s.

ב. חשב את m, אם ידוע ששטח הטרפז ABCE הוא s 28.

2. נתונה מערכת המשוואות:

$$x + 2y - z = 5$$
$$2x - y + 3z = 5$$
$$5x - 5y + 10z = k$$

א. מצא עבור איזה ערך של k יש למערכת אינסוף פתרונות.

ב. הצב את הערך k, שמצאת בסעיף א, במערכת המשוואות הנתונה, והצג את אינסוף הפתרונות של המערכת בצורת פרמטרית.

ג. תן דוגמת לשני פתרונות שונים, שמקיימים את מערכת המשוואות.

/המשך בעמוד ג/

3. נתון אי-השוויון: $\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}>\frac{3}{5}$

א. החל מאיזה n טבעי מתקיים אי-השוויון הנתון?
החל לבדוק מ $n=1$.

ב. הוכח באינדוקציה (או בכל דרך אחרת) כי אי-השוויון הנתון מתקיים לכל n טבעי, החל מאותו n שמצאת בסעיף א.

4. שני מפעלים, א ו ב, מייצרים אותו מוצר.
מחיר המוצר (לא כולל הובלה) שווה בשני המפעלים. הוצאות ההובלה ממפעל א הן 20 ש"ח/ק"מ, והוצאות ההובלה ממפעל ב הן 30 ש"ח/ק"מ.
המרחק בין שני המפעלים הוא 300 ק"מ.

א. מקם את שני המפעלים במערכת צירים, כך שמפעל א יימצא בנקודה (0 , 150) ומפעל ב יימצא בנקודה (0 , 150-). מצא את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות, בהן לא יעדיפו הלקוחות מפעל אחד על משנהו.

ב. סרטט סקיצה, והסבר בעורתה באיזה אזור יעדיפו הלקוחות לקנות את המוצר ממפעל א ובאיזה אזור יעדיפו הלקוחות לקנות ממפעל ב. היעזר בתוצאות שקיבלת בסעיף א'.

5. סדרה מוגדרת על-ידי הכלל :

לכל n טבעי $a_n = n - 3 + R_n$

כאשר: $R_n = 4 + 8 + 12 + \ldots + 4n$

א. מצא לסדרה זו הצגה על-ידי תבנית לפי מקום (כלומר, מצא נוסחה ל a_n כפונקציה של n בלבד).

ב. מצא כלל נסיגה לסדרה זו.

ג. נסתכל ב 100 האיברים הראשונים של הסדרה.
נסמן ב S את סכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים, וב T את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.
חשב את $S - T$.

/המשך בעמוד 4/

מתמטיקה, קיץ תשמ"ח, מס' 916251, 916211
+ נספח חלק א'

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי, טריגונומטריה (30 נקודות)

פתור שלוש מהשאלות 6-9 (לכל שאלה - 10 נקודות).

6. חקור את הפונקציה $y = 2 + \frac{4x - 11}{(3 - x)^2}$

מהבחינות הבאות :

תחום ההגדרה

נקודות חיתוך עם הצירים

נקודות קיצון

תחומי עליה וירידה

אסימפטוטות

וסרטט סקיצת של גרף הפונקציה.

בחישוביך, במקרה הצורך, עגל לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית או השאר את התוצאה עם שורש אי-רציונלי.

7. בחצי מעגל, שקוטרו 24 ס"מ, חוסמים טרפז שבסיסו הגדול הוא קוטר המעגל. מכל הטרפזים השונים שניתן לחסום בחצי המעגל, מצא את שטחו של הטרפז בעל השטח המקסימלי.

8. במשולש ABC, α היא הזווית שמול הצלע BC, ו β היא הזווית שמול הצלע AC.

נתון : $\alpha = \beta + 60^0$

$BC = a$

$AC = b$ $\quad a > b$

א. הבע את $tg\beta$ באמצעות a ו b.

ב. הוכח: אם $\beta > 45^0$

אז $1 < \frac{a}{b} < \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

ג. חבע את אורך חוצה הזווית α באמצעות b, כאשר $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$

/המשך בעמוד 5/

מתמטיקה, קיץ תשמ"ח, מס' 916251, 916211
+ נספח חלק א'

9. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+\sqrt{3}\sin x+x$

א. מצא את הנקודות, שבהן יש לפונקציה $f(x)$ מקסימום מקומי או מקסימום מוחלט, ואת הנקודות שבהן יש לה מינימום מקומי או מינימום מוחלט, בתחום $0 \le x \le \Pi$.

ב. האם הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\infty < x < \infty$ היא פונקציה זוגית או פונקציה אי-זוגית? נמק את תשובתך.

ג. באיזו נקודה בתחום $\Pi \le x \le 0$- יש לפונקציה $f(x)$ מקסימום מוחלט, ובאיזו נקודה יש לה מינימום מוחלט? היעזר בתשובתך לסעיף ב.

ד. האם לפונקציה $f(x)$ בתחום $-\infty < x < \infty$ יש נקודת חיתוך נוספת עם ציר ה- x, פרט לנקודה (0,0)? נמק את תשובתך.

בחישוביך, רשום לפחות שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ב ה צ ל ח ה !

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך והתרבות

מדינת ישראל
משרד החינוך והתרבות

סוג הבחינה: בגרות לבתי-ספר על-יסודיים
מועד הבחינה: קיץ תשמ"ח, 1988
מספר השאלון: 916251, 916221
נספח: דפי נוסחות ל 4-5 יח"ל, תכנית חדשה

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד

(תכנית חדשה)

חלק ב
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בחלק זה שני פרקים
פרק שלישי - וקטורים, מספרים מרוכבים - (2x10) - 20 נקודות
פרק רביעי - פונקציות מעריכיות, פונקציות
לוגריתמיות, חשבון אינטגרלי - (2x10) - 20 נקודות
סה"כ - 40 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון (המבחן תוכנן כך שלשימוש במחשבון משוכלל אין יתרון משמעותי
2. לוחות לוגריתמים מאושרים על-ידי משרד החינוך והתרבות
3. דפי נוסחות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה, סמן את מספרה בלבד
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את התרגיל המתאים גם כאשר התחישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, באופן מסודר ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לפגוע בציון שתקבל על השאלה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד, בעתודים נכרדים, כל מה שברצונך לבחון בעניינו (ראשי פרקים, חישובים ובדומה). רישום טיוטות כלשהן עב.דפים מחוץ למחברת עלול לגרום בפסילת הבחינה! רשום טיוטה בראש כל עמוד טיוטה. ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנים ולנבחנות כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף

ה ש א ל ו ת

פרק שלישי - וקטורים, מספרים מרוכבים (20 נקודות)

פתור שתיים מהשאלות 10-12 (לכל שאלה - 10 נקודות)

10 הנקודות $A(-1, 1, -3)$ ו $B(-4, 3, -2)$ נמצאות על הישר ℓ_1, והנקודות $C(1, 2, 2)$ ו $D(0, 5, -1)$ נמצאות על הישר ℓ_2.

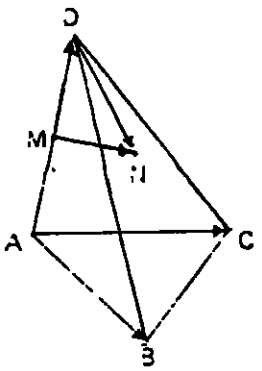
א מצא חצגה פרמטרית למישור Π המכיל את ℓ_1 ומקביל ל ℓ_2

ב מצא את משוואת המישור Π.

ג. מצא את חמרחק בין הישר ℓ_2 והמישור Π

11. בטטראדר ABCD:

$\underline{u} = \overrightarrow{AB}$ $\quad \underline{v} = \overrightarrow{AC}$ $\quad \underline{w} = \overrightarrow{AD}$



הנקודה M חיא אמצע הקטע AD.

N היא נקודח על הפיאח BCD,

המקיימת $\overrightarrow{DN} = t\,(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$. (ראה ציור)

א הבע את $\overrightarrow{MN}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ו t

ב מצא מה צריך להיות ערכו של t,

כדי ש $\overrightarrow{MN}$ יקביל למישור ABC

ג מהו התנאי שצריכים לקיים הוקטורים $\underline{u}$ ו $\underline{v}$,

כדי ש- $\overrightarrow{MN}$ יחיח ניצב ל $\overrightarrow{BC}$

בנוסף על היותו מקביל למישור ABC ?

הוכח את טענתך.

/המשך בעמ' 3 /

12. נתונה המשוואה: $z^2 = 2i$.

א מצא את פתרונות המשוואה הנתונה.

ב. הנקודה המתאימה לאחד מפתרונות המשוואה, שמצאת בסעיף א נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס. נסמן נקודה זו ב- A. הנקודה A היא אחד מקודקודיו של משולש שווה-צלעות החסום במעגל, שמרכזו בראשית הצירים. מצא את השיעורים של שני הקודקודים האחרים של המשולש.

הערה: עליך להציג את כל הפתרונות בצורה $a + bi$.

פרק רביעי - פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות

חשבון אינטגרלי (20 נקודות)

פתור שתיים מהשאלות 13-15 (לכל שאלה - 10 נקודות).

13 א הפונקציה $F(x)$ מקיימת את האקסיומות של מערכת E

הוכח, כי הפונקציה $F(x)$ המוגדרת על-ידי $F(x) = \frac{1}{E(4x)}$

מקיימת אף היא את אקסיומות המערכת E.

ב פתור את אי-השוויון המעריכי

$$\left(\frac{x}{1-x}\right)^{5-3x} < \left(\frac{x}{1-x}\right)^{x+4}$$

14. א. $S(x)$ היא כמות החומר הרדיואקטיבי, הנותרת אחרי x שנים מכמות התחלתית של S_0.

נתון: $S(x) = S_0 e^{-cx}$, כאשר c הוא קבוע אופייני לחומר

מק"ג אחד של חומר רדיואקטיבי נשארים אחרי 5 שנים רק 700 גרם.

כעבור כמה שנים יישארו מק"ג אחד של החומר הרדיואקטיבי 300 גרם ?

(עגל לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

ב. מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות הקיצון של הפונקציה :

$$y = \frac{x}{\ln(x^4)}$$

15. גרף הפונקציה $y = x^3$ והישר $y = ax$ נחתכים בנקודה M ברביע הראשון

דרך הנקודה M עוברת גם הפרבולה $y^2 = bx$.

א הבע את b באמצעות a.

ב. נסמן ב S_1 את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $y = x^3$ והישר $y = ax$ ברביע הראשון.

נסמן ב S_2 את השטח המוגבל על-ידי הפרבולה $y^2 = bx$ והצב את הביטוי שמצאת ל b בסעיף א') והישר $y = ax$ ברביע הראשון;

הוכח: S_1 גדול פי $1\frac{1}{2}$ מ S_2

ג השטחים S_1 ו S_2 מסתובבים סביב ציר ה- x, ויוצרים גופי סיבוב שנפחיהם V_1 ו V_2, בהתאמה.

חשב את היחס שבין V_1 ל V_2.

ב ה צ ל ח ה !

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך והתרבות

נוסחאות במתמטיקה רמה 4,5 יחידות לימוד, תכנית חדשה.

אנליזה

פונקציות נקודת התפתלות: מעבר בין קמירות וקעירות.

f קמורה: $\cup$

זוגיות : $f(x) = f(-x)$. אי זוגיות: $f(-x) = -f(x)$.

נגזרות

$$(uv)' = u'v + uv' \qquad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \qquad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

כלל השרשרת: $f'(x) = v'(u)u'(x)$

אינטגרלים: $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + c$

טריגונומטרית

זהויות:

$$\sin x = \sin(\pi - x) \qquad \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1 \qquad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}} \qquad \sin \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}} \qquad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad \sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad \cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \qquad \cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$ משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

אורך קשת של α רדיאנים: $r\alpha$ שטח גזרה: $\frac{1}{2}r^2\alpha$

חזקות ולוגריתמים

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

$$\lg_a x = \frac{\lg_b x}{\lg_b a}$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log(xy) = \log x + \log y$$

$$\log x^y = y \log x$$

לוח של ההתפלגות הנורמלית המצטברת

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 0	0 500	504	508	512	516	520	524	528	532	536
0 1	0 540	544	548	552	556	560	564	568	571	575
0 2	0.579	583	587	591	595	599	603	606	610	614
0 3	0.618	622	625	629	633	637	641	644	648	652
0 4	0 655	659	663	666	670	674	677	681	684	688
0 5	0 692	695	699	702	705	709	712	716	719	722
0 6	0 726	729	732	736	739	742	745	749	752	755
0 7	0 758	761	764	767	770	773	776	779	782	787
0 8	0.788	791	794	797	800	802	805	809	811	813
0 9	0 816	819	821	824	826	829	832	834	837	839
1 0	0 841	844	846	848	851	853	855	858	860	862
1 1	0 864	866	869	871	873	875	877	879	881	883
1 2	0 885	887	889	891	893	894	896	898	900	902
1 3	0 903	905	907	908	910	911	913	915	916	918
1 4	0 919	921	922	924	925	926	928	929	931	932
1 5	0 933	935	936	937	938	939	941	942	943	944
1 6	0 945	946	947	948	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1 7	0.9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1 8	0.9641	9650	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1 9	0 9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2.0	0 9773	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	0 9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2 2	0 9861	9865	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2 3	0 9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	0 9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	0 9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2 6	0 9954	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2 7	0 9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	0 9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981
2.9	0 9981	9982	9983	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3 0	0 9987	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9990	9990

אלגברה

פירוק לגורמים $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

גיאומטריה אנליטית נקודות $B(x_1,y_1)$ $A(x_2,y_2)$

מרחק בין הנקודות $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ישר דרך B, עם שיפוע P $y - y_1 = P(x - x_1)$

חלוקת AB ביחס k:1 $\left(\frac{kx_1 + lx_2}{k + l}, \frac{ky_1 + ly_2}{k + l}\right)$

אסימפטוטות ההיפרבולה $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $y = \pm \frac{b}{a}x$

ביצבות ישרים: $m = -\frac{1}{p}$

מספרים מרוכבים $z = a + bi$ ערך מוחלט: $\sqrt{a^2 + b^2}$

הצגה קוטבית: $r(\cos\theta + i\sin\theta)$.

מכפלה $z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$.

משפט מואבר $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

שורשי יחידה $\cos\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)$

שורשי המשוואה הריבועית $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$, $z_1z_2 = \frac{c}{a}$.

וקטורים $\underline{v} = \vec{AB}$.

הצגה פרמטרית של מישור $\underline{x} = \underline{c} + t\underline{a} + s\underline{b}$

מישור דרך $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$: $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

מכפלה סקלרית $(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{x}\cdot\underline{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 =$

$$= |x| \cdot |y| \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2}(|x|^2 + |y|^2 - |x - y|^2)$$

ניצבות: $\underline{x}\cdot\underline{y} = 0$ אורך של וקטור $|x| = \sqrt{x\cdot x} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

וקטור ניצב למישור $ax + by + cz = d$: (a,b,c)

מרחק בין $\underline{z} = (z_1,z_2,z_3)$ למישור $\underline{a}\cdot\underline{x} + \underline{c} = 0$: $\dfrac{|\underline{a}\cdot\underline{z} + c|}{|\underline{a}|}$

זוית בין הישר $\underline{v} = t\underline{b} + \underline{d}$ למישור $\underline{a}\cdot\underline{x} + \underline{c} = 0$: $\sin\beta = \dfrac{|\underline{a}\cdot\underline{b}|}{|\underline{a}||\underline{b}|}$

זוויות בין המישורים $\underline{a}\cdot\underline{x} + \underline{c} = 0$, $\underline{b}\cdot\underline{x} + \underline{d} = 0$: $\cos\alpha = \dfrac{|\underline{a}\cdot\underline{b}|}{|\underline{a}|\cdot|\underline{b}|}$

טורים איבר כללי של טור חשבוני $a_n = a_1 + (n - 1)d$

סכום $S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \dfrac{2a_1 + (n - 1)d}{2} \cdot n$

איבר כללי של טור הנדסי $a_n = a_1q^{n-1}$

סכום $S_n = a_1\dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

סכום של טור הנדסי אינסופי $|q|<1$. $S = \dfrac{a_1}{1 - q}$

הנדסת המרחב נפח חרוט ופירמידה: $v = \frac{1}{3}Rh$

נפח כדור $v = \frac{4}{3}\pi R^3$

מעטפת חרוט $M = \pi R\ell$

פני כדור $P = 4\pi R^2$