גיאומטריה סביבנו
מן התיאוריה אל המעשה

דורית פטקין
המכללה לחינוך, סמינר הקיבוצים
אילנה לבנברג
תיכון עירוני ה, חיפה

גיאומטריה היא אחד מנושאי הלימוד המרכזיים בתכנית הלימודים בבתי הספר היסודיים ובחטיבות הביניים היא נתפסת כאחד התחומים המסובכים ביותר לעיתים קרובות יש לתלמידים תחושה של נסיעה ל"אי בודד" בו הכול "לוגי", "חריג" ומנותק מהמציאות, ללא קשר לחיי היומיום במאמר זה מתוארת גישה נוספת של הוראת הגיאומטריה ופעילויות המתבססות על שימוש בדוגמאות מהעולם הסובב אותנו כמכשיר ללמידה משמעותית, המובילה בעקבות זאת להבנה טובה יותר של המקצוע ומציאת היופי הגלום בו

רקע

על-פי תכנית הלימודים לכיתות ז-ט , "יש להביא את התלמיד להבין את הצורך בהוכחת משפטים חשוב כי התלמיד יבין את האוניברסליות של ההוכחה הפורמלית יש לזכור כי בהוראת הגיאומטריה יש לטפח שני כשרים, הכושר להוכיח והכושר לנסח ולכתוב הוכחה" (משרד החינוך והתרבות, תש"ן) מטרות העל שלנו המורים, בתחום דעת זה, הן שתיים לחקנות לתלמידים כלים לפיתוח ידע והבנה מתמטית, כאשר המשפט הבודד אינו חשוב כל כך, ולהקנות להם יכולת להסיק תכונות של צורות גיאומטריות על סמך ידע קודם

כידוע, התפתחות החשיבה בגיאומטריה ניתנת לסידור היררכי בארבע רמות, כאשר שליטה חלקית ברמה מסוימת היא תנאי הכרחי אך לא מספיק לשליטה ברמה גבוהה יותר, ותלמיד אינו יכול לתפקד ברמה מסוימת אם אינו שולט ברמות או בשלבים הקודמים (Van Hiele 1987) דרישת תכנית הלימודים להביא את התלמידים להבין את הצורך בהוכחה מצריכה את התלמידים לשלוט לפחות בשתי הרמות הראשונות על פי תיאוריית ון-הילה, שלב ההבחנה ושלב החניתוח (פטקין 1994; הרשקוביץ, 1991)

מחקרים שנערכו בעשרים השנים האחרונות מדווחים על הקשיים שתלמידים נתקלים בהם בלמידת גיאומטריה הסיבה העיקרית לקשיים אלה היא פער בין רמת ההוראה ובין יכולת הלמידה והחבנה של התלמידים (פטקין 1994) העובדות בשטח מצביעות על כך שבקרב תלמידים רבים נתפסת למידת הגיאומטריה כלמידת אוסף של הוכחות משעממות ובלתי מובנות (Hoffer 1981) כמו כן ידוע שגיאומטריה היא מקצוע שלימודו כרוך בויזואליזציה של מושגים מופשטים, ותלמידים שכושרם הויזואלי לא מפותח די הצורך מתקשים בלימוד התחום הדגשת הפן האסתטי של התחום עשויה להביא לשיפור ההבנה של התלמידים וכן לשינוי בעמדותיהם כלפי המקצוע יתר על כן, הבלטת הצד הויזואלי עשויה להגביר את העוצמה המתמטית של התלמידים ולהפכם לפותרי בעיות מתמטיות חשיבות למתן דגש ליישומי הגיאומטריה ושימושיה אפשר למצוא גם בסטנדרטים המקצועיים להוראת המתמטיקה, שנכתבו על-ידי המועצה הלאומית של מורי המתמטיקה בארה"ב (NCTM 1989, 1991) באותם מסמכים מומלץ לבצע שינויים בדרך הוראת המתמטיקה אחד השינויים המוצעים הוא המעבר לקישור המתמטיקה בכלל והגיאומטריה בפרט עם רעיונות, שימושים ויישומים

מומלץ לשלב בשיעורי גיאומטריה פעילויות והפעלות רב-תחומיות שיובילו את התלמידים להבנה טובה ומשמעותית יותר ולשימוש עשיר ככל האפשר בדוגמאות המפעילות את הדמיון (Millman Speranza 1991)

מרבית הצורות הגיאומטריות הבסיסיות הופיעו בטבע כבר לפני עידן ועידנים, ויצירותיו של האדם הן בבחינת חיקוי השימוש של תמונות המראות את הגיאומטריה בטבע הן גשר מהממשי למופשט התמונות צדות את חוש הראייה שלנו, מגבירות את המודעות לאסתטיקה ומהוות כלי עזר להבנת תפקיד הגיאומטריה בחיינו הפעילויות שמוצגות במאמר זה הן חלק מקורס להכשרת מורים בהוראת גיאומטריה המתקיים במכללה לחינוך במסגרת זאת נעשה שימוש באוסף השיקופיות שהוצא ב-1987, על-ידי ארגון מורי המתמטיקה בארה"ב ה-NTCM, בתמונות מספרי אמנות, ארכיטקטורה, עיתונות וצילומי חובבים

תיאור ההפעלה בכיתה – המלצות וממצאים נבחרים*

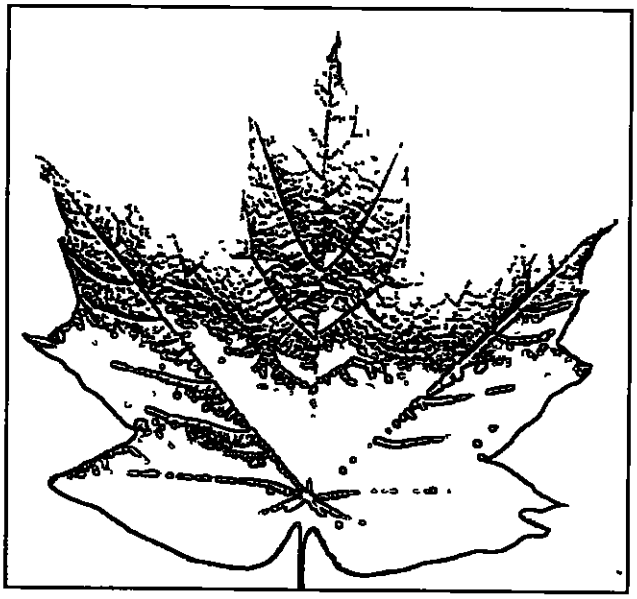
במסגרת קורס בגיאומטריה, שהשתתפו בו 82 סטודנטים, חוצגו דוגמאות להפעלה ואחר-כך נערך רב שיח בנושא "באילו דרכים אפשר להגיע ללמידה משמעותית בגיאומטריה?" לסטודנטים הוצגה תמונה של גינה בצורת משולש חד-זווית וערוגות הצמחים מרוכזות בקודקודי המשולש (Patkin, Levenberg 1994) השאלה שנשאלה הייתה "היכן כדאי למקם ממטרה אחת כך שתשקה את כל ערוגות הצמחים?"

---

* הפעילויות הבאות הן חלק מאוסף פעילויות הנותנות לסטודנטים בשנת הלמודים הרביעית שלהם לקראת התואר B E d בהתמחות מתמטית לבית הספר היסודי ולחטיבות הביניים

בתשובת הסטודנטים הועלה המושג "באמצע", אך רק שבעה מהם התייחסו למושג מרכז המעגל בהמשך הפעילות הייתה התייחסות גם לגינות שצורתן משולש קהה זווית או ישר זווית

בפעילות נוספת הוצגה לסטודנטים תמונה של עלה (ראה איור 1) והם נשאלו האם אפשר למצוא בתמונה קשר כלשהו לעקומות מעניינות 50% ענו שאפשר למצוא ציר סימטריה כרבע מהסטודנטים זיהו בתמונה גרפים של פונקציות שונות



איור 1

בדיון שהתנהל לאחר מכן העידו סטודנטים אחדים על עצמם, כי בתחילה לא ידעו כיצד להתמודד עם השאלות שהוצגו, אולם לאחר מספר פעילויות מסוג זה הם מרגישים שהם יכולים להתמקד טוב יותר ו"לראות" דברים רבים אחרים אחת הסטודנטיות אף העירה "אינני רגילה להסתכל על תמונה ולראות גיאומטריה עכשיו אני מרגישה שאני רוצה להמשיך ולהתבונן, והייתי שמחה לקבל פעילויות נוספות כאלה" סטודנט אחר ציין כי הוא "תופס" עכשיו את הצורות אחרת ממה שהיה רגיל בסיום אותו רב-שיח הועלו הנקודות הבאות

א אפשר להשיג לימוד משמעותי כאשר יש מעבר מהשלב המוחשי לשלב הציורי ובסופו של דבר לשלב המופשט

ב מומלץ לשלב בשיעורי הגיאומטריה תמונות ושיקופיות שהן הגשר מהמוחשי למופשט הן מאפשרות לתלמידים להבין את התפקיד המיוחד של הגיאומטריה ומגוונות את ההוראה

ג שיקופיות ותמונות יכולות לשמש כמבוא לנושא נלמד, אפשר לשלבם בזמן פיתוח נושא נלמד, להציגם בשיעורי העשרה או לסיכום פרק

ד מומלץ להציג תמונה או לכל היותר שתיים המלוות את הפעילויות והדיון

ה כדאי למיין את הפעילויות לשני סוגים גיאומטריה בטבע וגיאומטריה מעשה ידי אדם בכיתה אפשר לשלב בין שתי קבוצות אלה ולהדגיש את ההשפעה של קבוצה אחת על השנייה (Patkın Levenberg 1995)

מן הדיון עלה שהסטודנטים החלו להבין את חשיבות קישור הגיאומטריה עם החיים הסובבים ואת העובדה שסביבה לימודית צומחת מדוגמאות מוחשיות

לסיכום התבקשו הסטודנטים לפתח פעילויות נוספות ברוח זו, הקשורות לנושאים מתכנית הלימודים

להלן מספר דוגמאות מהפעילויות שהוצגו בפני הסטודנטים דוגמאות מהטבע וממעשה ידי אדם

דוגמאות מהטבע

א. צמחייה במדבר –"מחוגה טבעית"

לסטודנטים הוצגה תמונה שבה מצולמת אדמה חולית וצמח מדברי (ראה איור 2) קצות עליו הארוכים של הצמח "רושמים מעגל" סביב הצמח, בעזרת הרוח

הצמח, כמובן, הוא מרכז המעגל, וגודל המעגלים המסורטטים תלוי באורך של עלי הצמח ובעוצמת הרוח

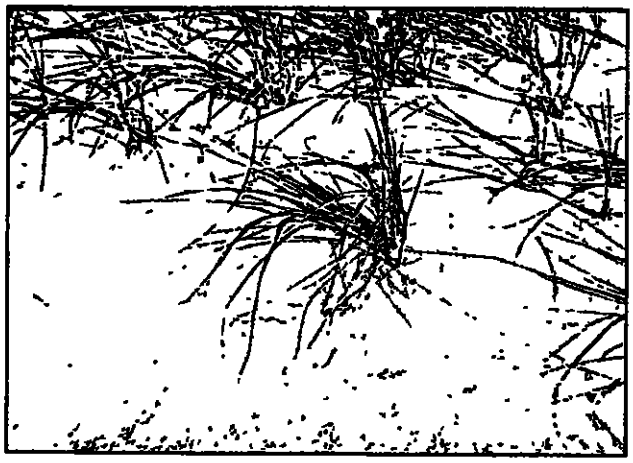
שאלות לתלמידים

1 נסו לתאר במילים את תופעת הטבע שהוצגה בפניכם

2 מה תוכל לומר על מקום צמיחת העשב במעגל המסורטטי

3 מדוע יש צמחים הרושמים מעגלים קטנים ומדוע יש מעגלים גדולים?

4 האם קיימות תופעות טבע נוספות היוצרות צורות דומות למוצג בתמונה?



איור 2

5 במה תלוי המצב ההדדי של מעגלים הנוצרים על-ידי צמחים המונעים ברוח?

ב. פרפרים

לסטודנטים הוצגה תמונה של פרפר שעל כנפיו מופיעות צורות גיאומטריות שונות כמו משולשים ומעגלים, באופן סימטרי

שאלות לתלמידים

1 נסו לתאר במילים את הפרפר

2 האם אפשר למצוא סימטריה בכנפי הפרפרי

דוגמאות מעשה ידי אדם

א. תמרורי תנועה

במסגרת לימודי "זהירות בדרכים" הנלמדים בבתי הספר לומדים תלמידים להכיר את התמרורים שהם סימני התנהגות בכביש (ראה איור 3) למעשה נלמדות כאן צורות גיאומטריות כ"שפה" בינלאומית יש מקום חשוב לשלב לימודי גיאומטריה בנושא זה לכל צורה יש משמעות, כולל שוני בצבע ובצורה ידיעת הצורות מאפשרת זיהוי מהיר

שאלות לתלמידים

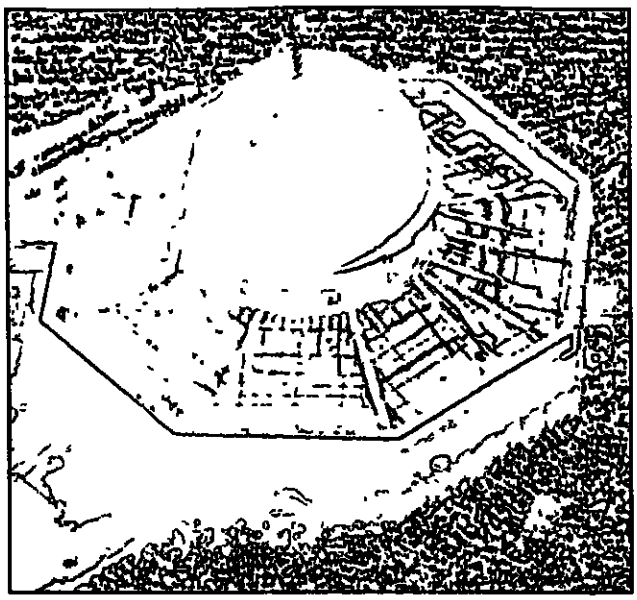
1 אילו צורות גיאומטריות המוכרות לך משמשות כתמרורי תנועה?

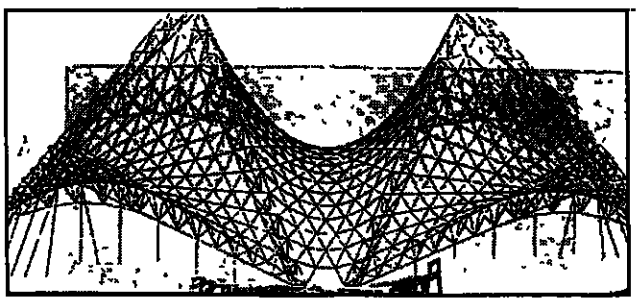
2 מה מאפיין את התמרורים שצורתם משולשי

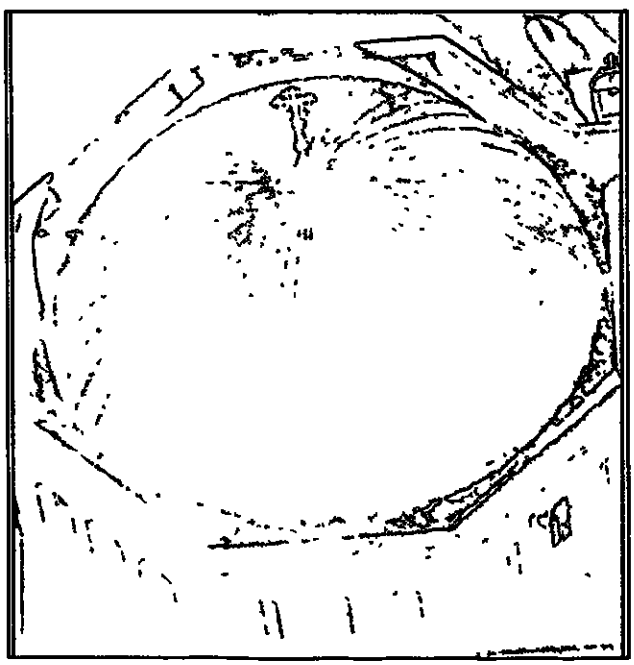
3 מדוע שונה תמרור "עצור" מתמרורים אחרים, ובמה?

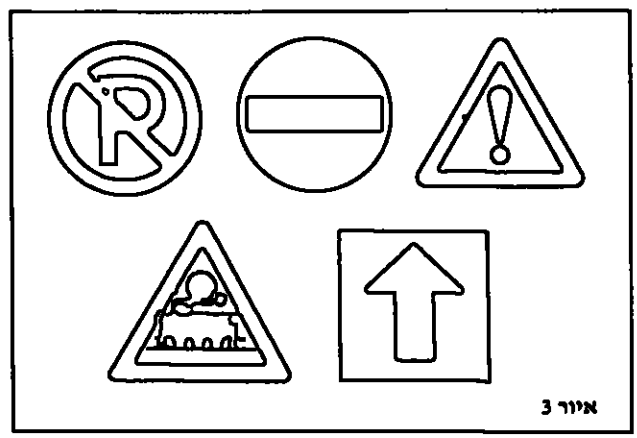
ב. סמלי מכוניות

תעשיות הרכב נוהגות להשתמש בצורות גיאומטריות כסמל מסחרי למכוניות שונות סמלים שונים הסטודנטים התבקשו בפעילות זו ליצור סמל מסחרי לחברה בעזרת שלוש צורות גיאומטריות שונות, לתאר את הסמל שנבחר במילים ולנמק את בחירתם פעילות זו הייתה סדנת יצירה אפשר לבקש מהתלמידים לנסות ולאתר את מרכיבי הסמלים של מכונית למשל מה הן הצורות הגיאומטריות שאפשר למצוא ב"צלחות" הגלגלים או לנסות לסרטט את הצורות הנ"ל ממה מורכב הסמל המאפיין את הסמל המסחרי של חברת המכוניות וכד'









איור 3

רשימת ספרות

הרשקוביץ, ר' [1991] אספקטים קוגניטיביים בהוראה ובלמידה של גיאומטריה, עלי"ה 9, 24-28, עלי"ה 10, 20-27

משרד החינוך והתרבות [תשי"ן] תכניות הלימודים במתמטיקה לכיתות ז- ט

די פטקין [1994] הכשרת מורים לקביעת רמת החשיבה בגיאומטריה, "דפים" 19 37-49

Hoffer, A [1981] 'Geometry is More than a Proof", *Mathematics Teacher* 71 (1) 11-18

Milliman S and R Speranza [1991] "The Artist's View of Points and Lines", *Mathematics Teacher* 133-138

NCTM [1989] *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*

NCTM [1987] *Geometry in Our World* A set of slides

NCTM [1991] *Professional Standards for Teaching Mathematics*

Patkin, D and I Levenberg [1994] "A Look at Geometry and around Us", poster presented at the PME 18 Lisbon, Portugal

Patkin, D and I Levenberg [1995] "A Look at Geometry and around Us", paper presented at the seventh International Conference on geometry Haifa University

Van Hiele, P M [1987] "Van Hiele Levels, A method to facilitate the finding of levels of thinking in geometry by using the levels, in arithmetics" Paper presented at the Conference on learning and teaching geometry Issues for Research and Practice" Siracuse University

