

# صندوق الأدوات عائلات الدوال

$$f(x) = a \cos(bx) + d \quad \text{أو}$$
$$f(x) = a \cos(x + c) + d$$

فعاليّة للطلاب



משרד החינוך  
המזכירות הפדגוגית  
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה  
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ  
המרכז הישראלי לחינוך מדעי  
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لمعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



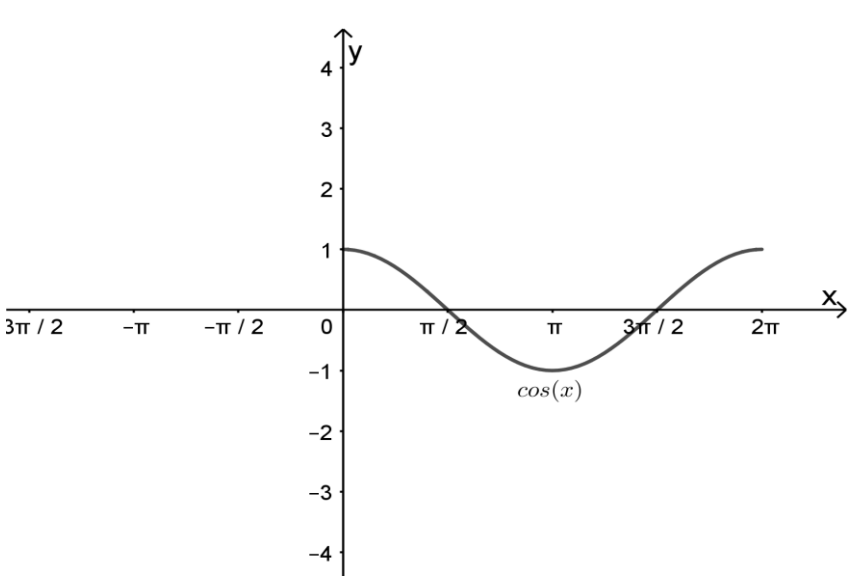
## عائلات الدوال $f(x) = a\cos(bx) + d$ أو $f(x) = a\cos(x + c) + d$

سوف نتعامل في هذه الفعاليّة مع الدوال الناتجة من الدالة  $f(x) = \cos(x)$  كنتيجة لدمجها مع دوال خطيّة. في نهاية الفعاليّة نستطيع أن نرسم الخطوط البيانيّة التّالية ودوال مشابهة أخرى بدون مجهود كبير:

$$f(x) = -2\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + 1 \quad ; \quad g(x) = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \quad ; \quad h(x) = -\cos(-x)$$

ملاحظة: في كلّ واحد من الجداول في الفعاليّة، أضيفوا أمثلة من نفس النّوع وافحصوا الخطوط البيانيّة بواسطة تطبيق لرسم خطوط بيانيّة.

1. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة I: $f(x) = \cos(x) + d$	
الدالة	تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$
$h(x) = \cos(x) + 1$	
$g(x) = \cos(x) + 2$	
$t(x) = \cos(x) - 1$	
$r(x) = \cos(x) - 3$	

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة، وأجيبوا:

- كيف تؤثر إضافة الثابت  $d$  للدالة  $f(x) = \cos(x)$  على الخطّ البيانيّ للدالة؟
- ما هي مجموعة قيم كلّ واحدة من الدوال التي نحصل عليها في البند "أ" أعلاه؟
- سجّلوا صفة واحدة لا تتغيّر.

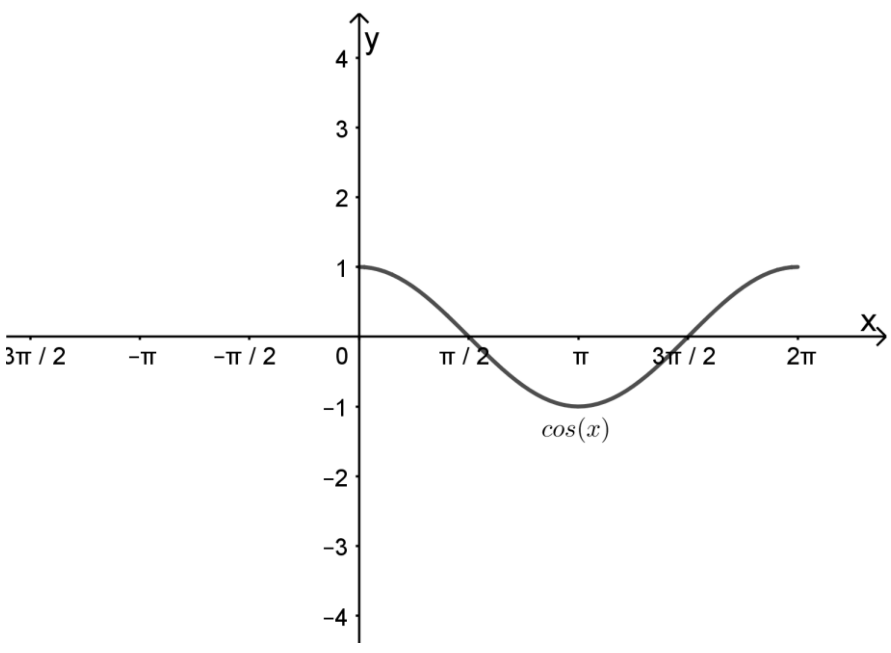
2. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة II: $f(x) = \cos(x + c)$	
الدّالة	تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$
$h(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$	
$g(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$	
$t(x) = \cos(x + 2)$	
$r(x) = \cos(x - \pi)$	
$p(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$	

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة وأجيبوا:

- كيف تؤثر إضافة الثابت  $c$  إلى  $x$  في الدالة  $f(x) = \cos(x)$  على الخطّ البيانيّ للدّالة؟
- هل يتغيّر طول الدّورة لكلّ واحدة من الدّوال في هذه المجموعة؟
- هل تتغيّر مجموعة القيم الناتجة في كلّ واحدة من الدوال في هذه المجموعة؟
- سجّلوا صفة واحدة لا تتغيّر.

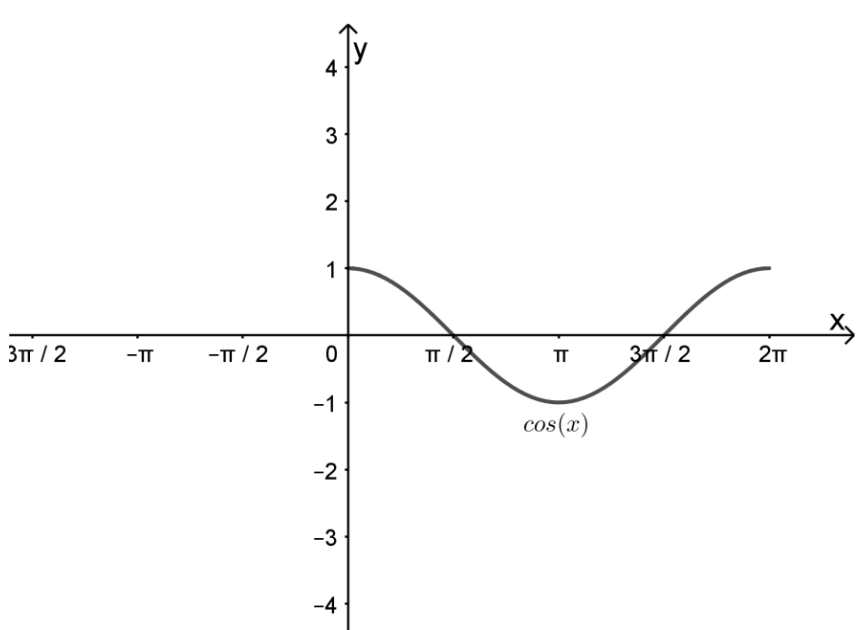
3. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدّوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة III: $a > 0$ , $f(x) = a\cos(x)$	
تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$	الدّالة
	$h(x) = 2\cos(x)$
	$g(x) = 3\cos(x)$
	$t(x) = \frac{1}{2}\cos(x)$

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة وأجيبوا:

- كيف يؤثّر ضرب الدّالة  $f(x) = \cos(x)$  في العامل الموجب  $a$  على الخطّ البيانيّ للدّالة؟
- ما هي مجموعة قيم كلّ واحدة من الدّوال التي نحصل عليها في البند "أ" أعلاه؟
- سجّلوا صفة واحدة لا تتغيّر.

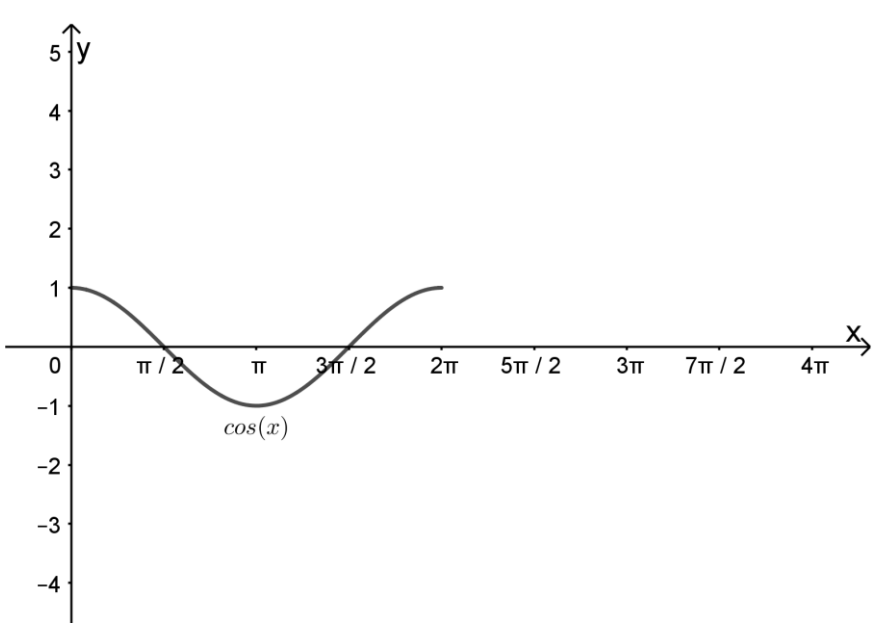
4. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة IV: $a < 0$ , $f(x) = a\cos(x)$	
الدّالة	تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$
$h(x) = -\cos(x)$	
$g(x) = -2\cos(x)$	
$t(x) = -3\cos(x)$	
$p(x) = -0.5\cos(x)$	

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة وأجيبوا:

- كيف يؤثّر ضرب الدّالة  $f(x) = \cos(x)$  في العامل السّالب  $a$  على الخطّ البيانيّ للدّالة؟
- هل يتغيّر طول الدّورة، مجموعة قيم كلّ واحدة من الدّوال، لكلّ دالة نحصل عليها في البند "أ" أعلاه؟
- ب. سجّلوا صفة لا تتغيّر.

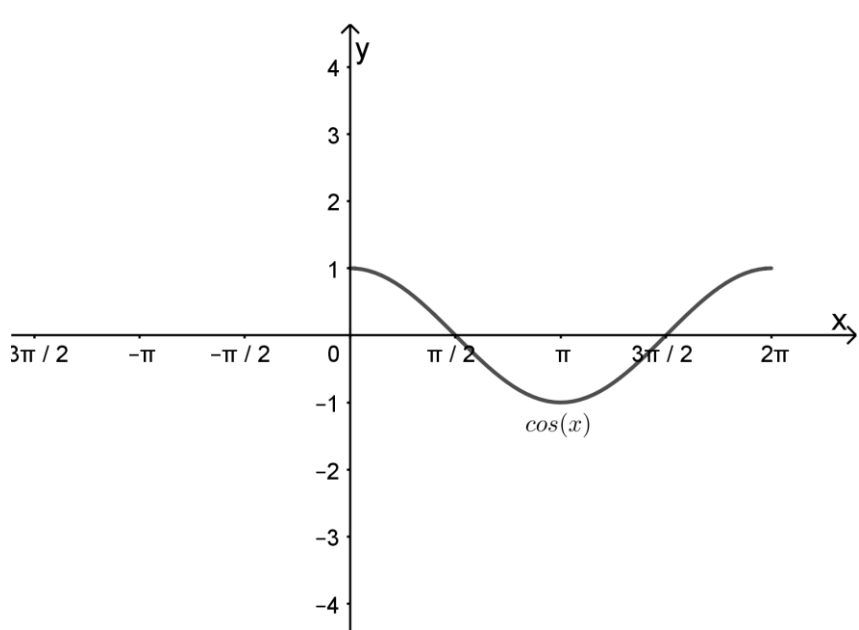
5. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدّوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة $V$ : $b > 0$ , $f(x) = \cos(bx)$	
الدّالة	تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$
$h(x) = \cos(2x)$	
$g(x) = \cos(3x)$	
$t(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$	
$r(x) = \cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة، وأجيبوا:

- كيف يؤثّر العامل الموجب  $b$ ، المضروب في  $x$ ، على الخطّ البيانيّ للدّالة  $f(x) = \cos(x)$ ؟
- ما هو طول الدّورة لكلّ دالة في هذه المجموعة؟
- سجّلوا صفة لا تتغيّر.

6. استعينوا بالخطّ البيانيّ المعطى للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$  ، وأضيفوا في نفس هيئة المحاور الخطوط البيانيّة للدوال التّالية. أشيروا إلى كلّ خطّ بيانيّ بلونٍ مختلف.

مجموعة VI: $b < 0$ , $f(x) = \cos(bx)$	
الدّالة	تخمين الخطوط البيانيّة في المجال $0 \leq x \leq 2\pi$
$h(x) = \cos(-x)$	
$g(x) = \cos(-3x)$	
$t(x) = \cos\left(-\frac{x}{2}\right)$	

تمعّنوا في الخطوط البيانيّة، وأجيبوا:

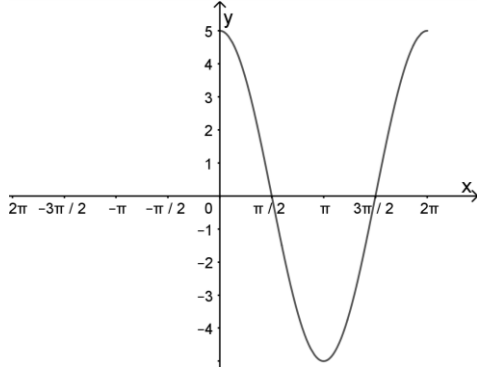
- كيف يؤثّر تشغيل الدّالة  $f(x) = \cos(x)$  على مضاد  $x$  أو مضاعفاته على الخطّ البيانيّ للدّالة؟
- هل يتغيّر طول الدّورة لكلّ واحدة من الدوال في هذه المجموعة؟
- هل تتغيّر مجموعة قيم كلّ واحدة من الدوال التي نحصل عليها في البند "أ" أعلاه؟
- سجّلوا صفة لا تتغيّر.

7. أمامكم ستة خطوط بيانية وستّ دوال. لاثموا لكلّ دالة الخطّ البيانيّ الملائم لها. اشرحوا إعتباراتكم.

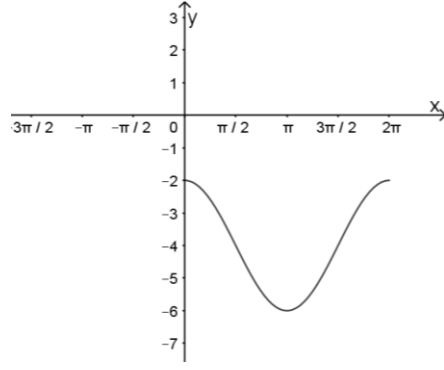
$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + 1 \quad ; \quad k(x) = \cos(3x) - 5 \quad ; \quad t(x) = 2\cos(x) - 4$$

$$s(x) = 5\cos(x) \quad ; \quad g(x) = -2\cos(3x) \quad ; \quad h(x) = -\cos(x) + 3$$

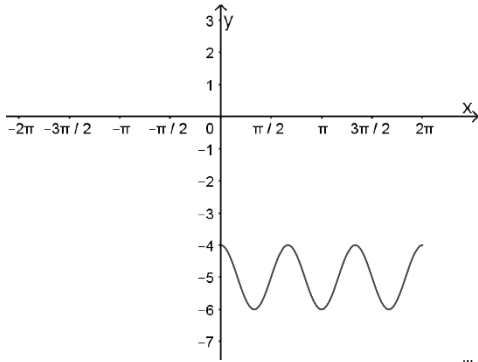
خطّ بيانيّ 2



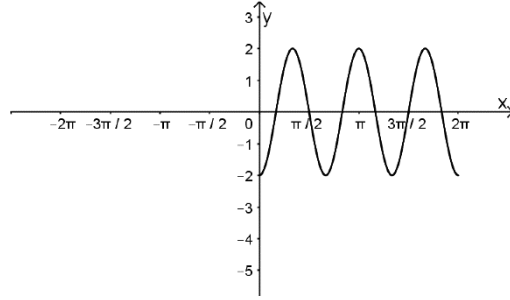
خطّ بيانيّ 1



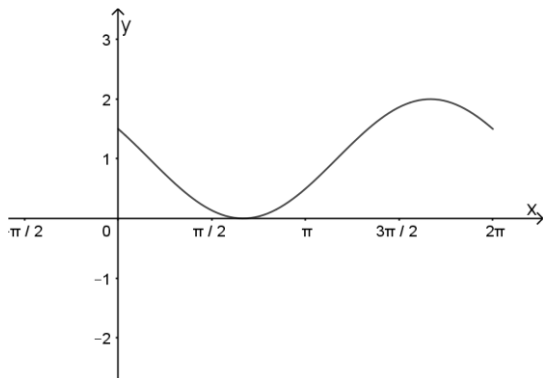
خطّ بيانيّ 4



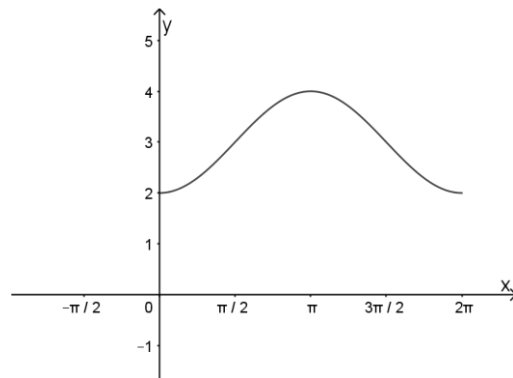
خطّ بيانيّ 3



خطّ بيانيّ 6

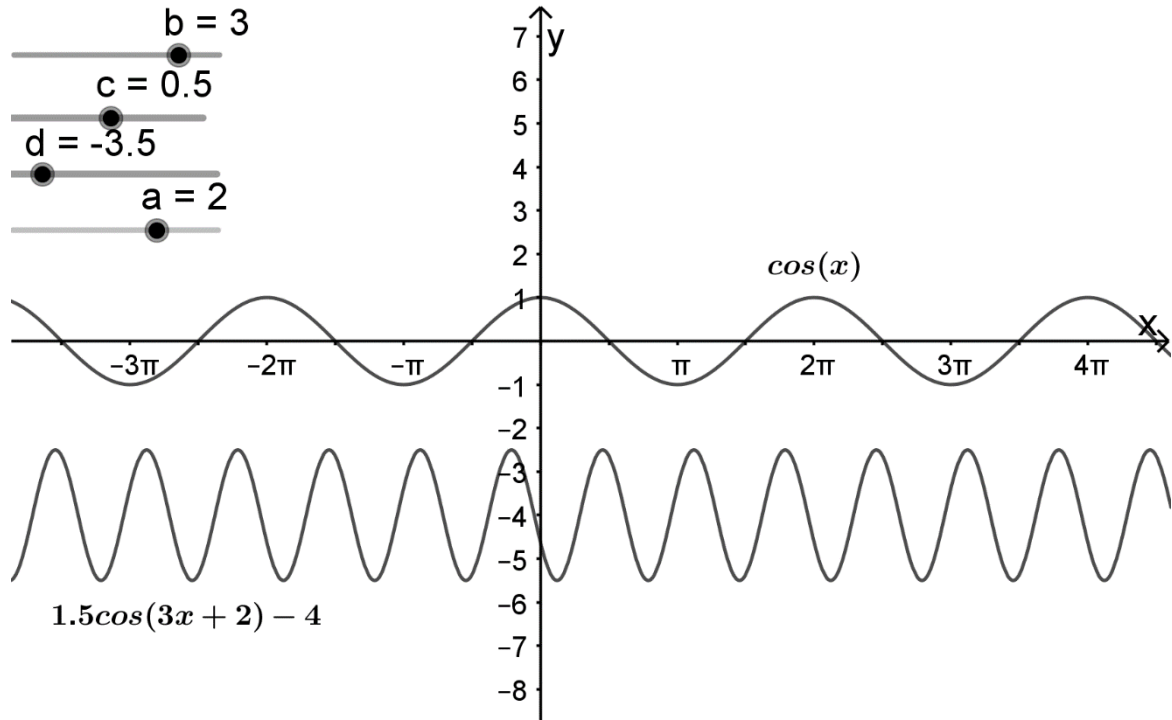


خطّ بيانيّ 5



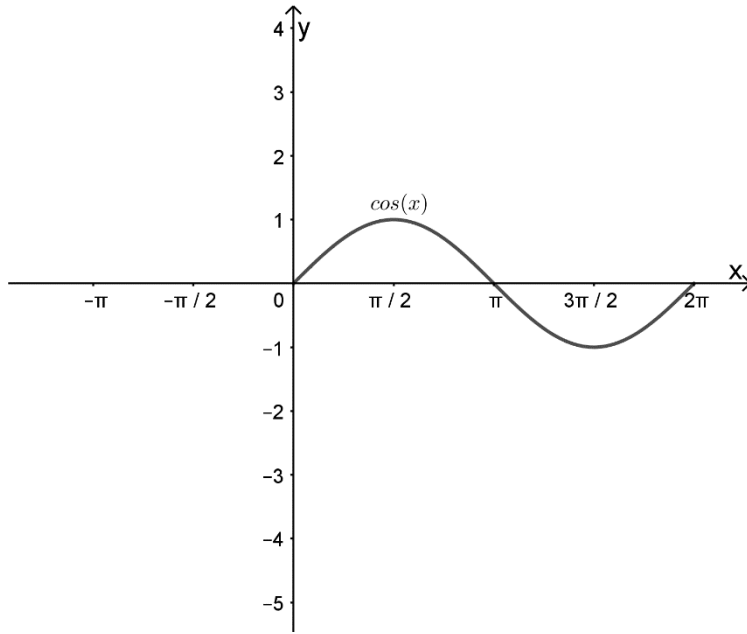


8. صفوا كيف نحصل على الدوال، من عائلات الدوال  $f(x) = a\cos(bx) + d$  أو  $f(x) = a\cos(x + c) + d$  من الدالة  $y = \cos(x)$ . سجّلوا وظيفة كل واحد من البارامترات  $a, b, c, d$  في السّيرة. فصلّوا، إذا دعت الحاجة، لحالات فيها البارمتر موجب أو سالب.



## تمارين إضافية

9. أمامكم الخط البياني للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$ . أضيفوا في نفس هيئة



المحاور الخطوط البيانية للدوال التالية:

$$g(x) = \cos(x) - 4$$

$$h(x) = \cos(x - 4)$$

$$t(x) = -4\cos(x)$$

$$w(x) = \cos(-4x)$$

10. أمامكم ادعاءات، سجّلوا لكل ادعاء

"صحيح" أو "غير صحيح" وعلّلوا .

أ. الخط البياني للدالة  $g(x) = \cos(-x)$  هو انعكاس بالنسبة لمحور  $x$  للخط البياني للدالة  $f(x) = \cos(x)$ .

ب. الخط البياني للدالة  $h(x) = -\cos(x)$  هو انعكاس بالنسبة لمحور  $x$  للخط البياني للدالة  $f(x) = \cos(x)$ .

ت. الخط البياني للدالة  $m(x) = -\cos(-x)$  هو انعكاس بالنسبة لمحور  $x$  للخط البياني للدالة  $f(x) = \cos(x)$ .

ث. لكل  $x$  يتحقق  $\cos(x) = -\cos(x)$ .

ج. لكل  $x$  يتحقق  $\cos(x) = -\cos(-x)$ .

ح. لكل  $x$  يتحقق  $\cos(-x) = -\cos(x)$ .

خ. الدالة  $f(x) = \cos(x)$  هي دالة زوجية.

د. الدالة  $f(x) = \cos(x)$  هي دالة فردية.

11. ارسموا الخط البياني للدالة  $f(x) = \cos(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

أ. استعينوا برسمة الدالة  $f(x)$ ، وارسموا الخط البياني للدالة  $g(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

ب. ارسموا الخط البياني للدالة  $p(x) = \sin(x)$  في المجال  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

ت. اشرحوا كيف نحصل على الخط البياني للدالة  $\sin(x)$  من الخط البياني للدالة  $\cos(x)$ .

ث. اشرحوا لماذا يتحقق  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin(x)$  لكل  $x$ .